

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ
СІКОРСЬКОГО»

Фізико-математичний факультет
Кафедра загальної фізики та фізики твердого тіла

«На правах рукопису»
УДК 538.956

«До захисту допущено»
Завідувач кафедри

Віталій КОТОВСЬКИЙ
(підпис) (ім'я, прізвище)
“ ” 20__р.

Магістерська дисертація
на здобуття ступеня магістра
за освітньо-науковою програмою
«Комп'ютерне моделювання фізичних процесів»
зі спеціальності 104 – «Фізика та астрономія»

на тему: **«Ефективні властивості магнітоактивних еластомерів»**

Виконав: студент VI курсу, групи ОФ-81мн
(шифр групи)

Юськевич Павло Павлович
(прізвище, ім'я, по батькові) (підпис)

Науковий керівник проф., д.ф.-м.н., Снарський Андрій Олександрович
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по батькові) (підпис)

Рецензент проф., д.ф.-м.н., Лев Богдан Іванович
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по батькові) (підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській
дисертації немає запозичень з
праць інших авторів без
відповідних посилань.
Студент _____
(підпис)

Київ – 2020 року

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Факультет _____ фізико-математичний

(повна назва)

Кафедра _____ загальної фізики та фізики твердого тіла

(повна назва)

Рівень вищої освіти – другий (магістерський) за освітньо-професійною програмою

Спеціальність (спеціалізація) 104 – фізика та астрономія (комп'ютерне моделювання фізичних процесів)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

Віталій КОТОВСЬКИЙ

(підпис)

(ініціали, прізвище)

«___» _____ 20__ р.

ЗАВДАННЯ

на магістерську дисертацію

студенту _____ Юськевичу Павлу Павловичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. **Тема дисертації** «Ефективні властивості магнітоактивних еластомерів»

Науковий керівник проф., д.ф.-м.н., Снарський Андрій Олександрович ,

(ім'я, прізвище, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету #891-с від 17.03.2020

2. **Термін подання студентом дисертації**

3. **Об'єкт дослідження:** ефективні властивості магнітоактивних еластомерів.

4. **Предмет дослідження:** модифікація та розширення теорії середнього поля для дослідження ефективних властивостей магнітоактивних еластомерів.

5. **Перелік завдань, які потрібно розробити:**

- дослідити модифікацію теорії середнього поля з рухомим порогом перколяції для описання пружних властивостей композитів;

- дослідити модифікацію теорії середнього поля з рухомим порогом перколяції для описання термоелектричних властивостей композитів;
- дослідити модифікацію теорії середнього поля з рухомим порогом перколяції для описання поведінки магнітоактивних еластомерів у зовнішньому магнітному полі ;

6. Перелік графічного (ілюстративного) матеріалу:

Рисунок 1.1.1 – Концентраційні залежності ефективного модуля зсуву.

Рисунок 1.2.1 – Концентраційні залежності ефективного коефіцієнта Пуассона.

Рисунок 1.2.2 – Концентраційна залежність нормалізованого ефективного модуля зсуву для різних модулів зсуву другої фази.

Рисунок 1.5.1 – Залежно від концентрації ефективного модуля зсуву G_e при $G_2/G_1=0$ різних значеннях порогу протікання

Рисунок 1.5.2 – Залежність від концентрації нормалізованого ефективного модуля зсуву для різних значень порогу протікання.

Рисунок 1.6.1 – Критичні індекси отримані чисельним розрахунком.

Рисунок 1.7.1 – Нормалізовані модулі зсуву.

Рисунок 1.7.2 – Залежність пористості ефективного модуля зсуву.

Рисунок 2.2.1 – Польова залежність порогу протікання для різних критичних магнітних полів H_c .

Рисунок 2.2.2 – Обчислені концентраційні залежності ефективного модуля зсуву для різних прикладених полів.

Рисунок 2.2.3 – Польові залежності ефективного модуля зсуву та магнітореологічного ефекту для різних концентрацій наповнювача.

Рисунок. 2.3.1 – Польова залежність співвідношення Пуассона і результуючого магнітного ефекту Пуассона для різних концентрацій матеріалу наповнювача.

Рисунок 3.1.1 – — Концентраційні залежності ефективних провідності, теплопровідності, термоЕРС і добротності.

Рисунок 3.1.2 – Залежності ефективних кінетичних коефіцієнтів від порога протікання \tilde{P}_c при заданій концентрації рпершої фази.

Рисунок 3.2.1 – Залежності ефективних термоЕРС та добротності від концентрації p першої фази за заданого порогу протікання \tilde{p}_c .

Рисунок 3.2.2 – Залежності ефективної термоЕРС і добротності від порога протікання \tilde{p}_c за заданої концентрації p першої фази.

Рисунок 3.2.3 – Залежності ефективної термоерс і добротності від порога протікання \tilde{p}_c при заданій концентрації p першої фази.

Рисунок 4.2.1 – Залежно від концентрації паралельних та перпендикулярних компонентів ефективного тензора пропускної здатності для фіксованого значення порогу перколяції в перпендикулярному напрямку та різних значень порогу перколяції у паралельному напрямку.

Рисунок 4.2.2 – Концентраційна залежність параметра анізотропії для фіксованого значення порогу перколяції в перпендикулярному напрямку та різних значень порогу перколяції в паралельному напрямку

Рисунок 4.2.3 – Вимірювання залежності паралельних та перпендикулярних складових ефективного тензора проникності від зовнішнього магнітного поля.

Рисунок 4.2.4 – Залежність магнітного поля паралельних ($\varepsilon_{\parallel}^e$) та перпендикулярних компонентів (ε_{\perp}^e) ефективного тензора проникності зразка МАЕ.

7. Орієнтовний перелік публікацій: стаття на тему «Effective Medium Theory for the Elastic Properties of Composite Materials with Various Percolation Thresholds» в журналі “MDPI Materials” , стаття на тему «Теорія середнього поля для термоелектричних властивостей композитних матеріалів з різними порогами протікання» в журналі “Термоелектричество”.

Дата видачі завдання 02.09.2019

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Строк виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Проходження інструктажу з техніки безпеки та охорони праці.	02.09.2019 - 04.09.2019	Виконано
2	Ознайомлення з місцем роботи та засвоєння рекомендацій про виконання програми практики.	05.09.2019 - 06.09.2019	Виконано
3	Перегляд літературних джерел, складання огляду літератури.	09.09.2019 - 04.10.2019	Виконано
4	Пошук і добір фактичних матеріалів.	07.10.2019 - 01.11.2019	Виконано
5	Проведення експериментальних досліджень.	04.11.2019 - 29.11.2019	Виконано
6	Підготовка розділів на основі експериментальних даних	02.12.2019 - 27.12.2019	Виконано
7	Аналіз експериментальних результатів.	30.12.2019 - 31.01.2020	Виконано
8	Групування та систематизація матеріалів.	03.02.2020 – 28.02.2020	Виконано
9	Виконання індивідуального завдання. Підготовка звіту з практики	02.03.2020 - 05.03.2020	Виконано
10	Складання заліку з науково-дослідної практики	06.03.2020	Виконано
11	Аналіз отриманих результатів	09.03.2020 - 13.03.2020	Виконано
12	Підготовка розділів магістерської дисертації на основі отриманих даних по темі магістерської дисертації	16.03.2020 - 25.03.2020	Виконано
13	Оформлення розділів магістерської дисертації за вимогами	26.03.2020 - 03.04.2020	Виконано
14	Надання роботи на перевірку науковому керівнику	06.04.2020	Виконано
15	Виправлення зауважень керівника	13.04.2020-17.04.2020	Виконано
16	Підготовка презентації та виступу для захисту	20.04.2020-24.04.2020	Виконано

17	Подання анотації на сайт кафедри загальної фізики та фізики твердого тіла	27.04.2020 -11.05.2020	Виконано
18	Надання роботи на перевірку науковому керівнику	30.04.2020	Виконано
19	Перевірка магістерської дисертації на плагіат	01.05.2020-06.05.2020	Виконано
20	Проведення попередньої доповіді перед науковим керівником	08.05.2020	Виконано
21	Отримання відгуку від наукового керівника	09.05.2020	Виконано
22	Подання магістерської дисертації на рецензію	10.05.2020	Виконано
23	Здача магістерської дисертації на нормо-контроль (додержання вимог до оформлення)	12.05.2020	Виконано
24	Попередній захист магістерської дисертації	13.05.2020	Виконано
25	Виправлення матеріалу магістерської дисертації згідно з зауваженнями комісії на попередньому захисті	14.05.2020 - 15.05.2020	Виконано
26	Здача магістерської дисертації (друкований та електронний варіанти), Відгуку та Рецензії на кафедру загальної фізики та фізики твердого тіла	18.05.2020	Виконано
27	Остаточний захист магістерської дисертації	22.05.2020	Виконано
28	Надсилання матеріалів магістерської дисертації у бібліотеку КПІ ім. Ігоря Сікорського та сайт кафедри загальної фізики та фізики твердого тіла	22.05.2020	Виконано

Студент

Науковий керівник роботи

(підпис)

Павло ЮСЬКЕВИЧ
(імя, прізвище)Андрій СНАРСЬКИЙ

РЕФЕРАТ

Актуальність теми: Магнітоактивні еластomersи відносяться до класу «розумних» матеріалів, що змінюють власні властивості при зміні зовнішніх умов. Своєю приналежністю до цього класу вони зобов'язані ряду цікавих особливостей поведінки в магнітному полі. Еластomersи здатні виявляти магнітну пам'ять форми, магнітодеформаційний і магнітореологічний ефекти і т.д., що робить їх вкрай цікавими матеріалами для фундаментального дослідження і практичних застосувань.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами: тема роботи відповідає пріоритетному науковому напрямку кафедри загальної фізики та фізики твердого тіла – «Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави». Робота виконана в межах держбюджетних тем та тематичних планів науково-дослідних робіт Міністерства освіти і науки України.

Об'єкт дослідження: ефективні властивості магнітоактивних еластомерів.

Предмет дослідження: теорія середнього поля та її модифікації для дослідження ефективних властивостей магнітоактивних еластомерів.

Мета роботи: дослідити модифікації теорії середнього поля для опису поведінки магнітоактивних еластомерів в зовнішньому магнітному полі.

Методи дослідження: основні результати роботи одержано за допомогою теоретичного дослідження та чисельних обчислень.

Задачі дослідження:

1. дослідити модифікацію для описання пружних властивостей композитів;

2. дослідити модифікацію для описання термоелектричних властивостей композитів;
3. дослідити модифікацію для описання поведінки магнітоактивних еластомерів у зовнішньому магнітному полі ;

Наукова новизна одержаних результатів: вперше теоретично отримано порядок магнітореологічного ефекту, який видно на експерименті, і передбачено новий ефект впливу магнітного поля на модуль Пуассона.

Практичне значення одержаних результатів: модифікована теорія, що досліджена в магістерській роботі дозволяє усунути деякі недоліки старих теорій та розширює сферу використання теорії.

Апробація результатів дисертації: під час роботи над дисертацією було написано чотири статті, дві з яких, на даний момент, вже опубліковано в наукових журналах.

Публікації: стаття на тему «Effective Medium Theory for the Elastic Properties of Composite Materials with Various Percolation Thresholds» в журналі “MDPI Materials” , стаття на тему «Теорія середнього поля для термоелектричних властивостей композитних матеріалів з різними порогами протікання» в журналі “Термоэлектричество”.

Ключові слова: теорія перколяції, поріг перколяції, магнітоактивні еластомери, теорія середнього поля, двофазний композит, анізотропія, ефективні властивості, магнетореологічний ефект, термоелектрика.

В роботі наведено: використаної літератури - 85, сторінок: - 80, рисунків - 41.

ABSTRACT

Actuality of theme: magnetoactive elastomers support a class of "smart" materials that change their own properties under external influence. By belonging to this class, they associate a variety of behaviors in a magnetic field. Elastomers are capable of magnetic memory form effect, magnetodeformation and magnetorheological effects, etc.

Relationship of work with scientific programs, plans, themes: the theme of the work corresponds to the priority scientific direction of the Department of General Physics and Solid State Physics - "Fundamental scientific researches on the most important problems of development of scientific and technical, socio-economic, human potential for ensuring the competitiveness of Ukraine in the world and sustainable development of society and the state." The work was carried out within the limits of the state budget topics and thematic plans of research works of the Ministry of Education and Science of Ukraine.

Object of research: effective properties of magnetoactive elastomers.

Subject of research modification and extension of the effective medium theory to study the effective properties of magnetoactive elastomers.

Purpose of work: the purpose of the individual task is to study the modification of the effective medium theory with a movable percolation threshold.

Research methods: the main results of the work were obtained with the help of theoretical research and numerical calculations.

Tasks of research:

1. Make two types of thermal film based on mixtures of liquid crystals, soot and polymer.
2. Investigate spectra of optical reflection at different temperatures in the range of cholesterol phase.
3. Investigate the effect of mixtures of cholesterol liquid crystals on the dielectric properties of their dispersions in polyvinyl alcohol.

Scientific novelty of the results: for the first time, the order of the magnetorheological effect observed in the experiment is theoretically obtained, and it creates a new action of the magnetic field on the Poisson modulus.

The practical significance of the results: modified theory, studied in the master's thesis allows to eliminate some shortcomings of the old theories and expands the scope of the theory.

Approbation of dissertation results: during the work on the dissertation four articles were written, two of which, at the moment, have already been published in scientific journals.

Publications: article "Effective Medium Theory for the Elastic Properties of Composite Materials with Various Percolation Thresholds" in the journal "MDPI Materials", article "Medium field theory for thermoelectric properties of composite materials with different percolation thresholds" in the journal "Thermoelectricity".

Keywords: percolation theory, percolation threshold, magnetoactive elastomers, medium field theory, two-phase composite, anisotropy, effective properties, magnetorheological effect, thermoelectricity.

The article contains: used literature - 85, pages: - 80, pictures - 41.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ	13
ВСТУП	14
РОЗДІЛ I ТЕОРІЯ СЕРЕДНЬОГО ПОЛЯ ДЛЯ ПРУЖНОЇ ЗАДАЧІ.	16
1.1 Стандартна теорія середнього поля	16
1.2 Поріг перколяції в стандартній теорії.....	22
1.3 Критичні показники в традиційній теорії середнього поля	24
1.4 Недоліки традиційної теорії	26
1.5 Модифікація теорії середнього поля для задачі пружності.....	28
1.6 Перколяційні властивості модифікованої теорії.....	30
1.7 Порівняння з експериментальними даними.....	34
ВИСНОВКИ ДО I РОЗДІЛУ	37
РОЗДІЛ II ВПЛИВ ЗОВНІШНЬОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА ПРУЖНІ ВЛАСТИВОСТІ КОМПОЗИТІВ.	38
2.1 Загальні відомості	38
2.2 Магнітореологічний ефект.....	40
2.3 Вплив магнітного поля на модуль Пуассона.....	43
ВИСНОВКИ ДО II РОЗДІЛУ	45
РОЗДІЛ III ТЕОРІЯ СЕРЕДНЬОГО ПОЛЯ ДЛЯ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИХ ЯВИЩ.....	46
3.1 Модифікація наближення Бруггемана-Ландауера для термоелектричних явищ	46
3.2 Модифікація наближення Бруггемана-Ландауера для термоелектричних явищ в "аномальному" випадку	51
3.3 Аномальна поведінка провідності та теплопровідності	53
ВИСНОВКИ ДО III РОЗДІЛУ	55

	12
РОЗДІЛ IV АНІЗОТРОПІЯ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ	56
3.1 Модифікація наближення Бруггемана-Ландауера для діелектричної проникності.....	56
3.2 Результати модифікованої теорії.....	63
ВИСНОВКИ ДО IV РОЗДІЛУ	70
ВИСНОВКИ.....	71
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	72

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

МАЕ – магнітоактивний еластомер

ТСП – теорія середнього поля

ЕРС – електрорушійна сила

МРЕ – магнітореологічний ефект

БЛ – Бруггемана-Ландауера

ВСТУП

Протягом останніх двох десятиліть, так звані магнітоактивні еластомери (МАЕ) користуються значною увагою як з боку промисловості, так і з боку академічного інтересу, завдяки їх величезному потенціалу в галузі інженерних застосувань (наприклад, м'яких робототехніка) та велика кількість нетрадиційних фізичних явищ. МАЕ складаються з феромагнітних частинок розміром мкм, вбудованих у м'яку еластомерну матрицю. Найвизначнішою властивістю цих матеріалів є їх еластичні модулі можуть змінюватися на кілька порядків в зовнішньому магнітному полі в кілька сотень мТ. Незважаючи на уявну простоту такого композиту (як правило, просто залізо в гумі), досі немає задовільного пояснення порядку величини ефекту зростання еластичних модулів. Насправді зміни зовнішнього магнітного поля впливають на різні фізичні властивості (наприклад, діелектричні та магнітні властивості), що одночасно помітні в цих матеріалах.

Великі теоретичні зусилля були докладені для пояснення гігантського (або навіть колосального) магнітореологічного ефекту у магнітоактивних еластомерах. Загальні підходи можна приблизно розділити на дві різні групи: причина полягає у взаємодії між індукованими магнітними моментами між частинками (тут найпростіша модель - це точкові диполі, з'єднані пружними пружинами)]; причиною є обертання окремих частинок. Хоча ці механізми, безперечно, сприяють магнітореологічному ефекту у магнітоактивних еластомерах, існуючі підходи не є задовільними, коли мова йде про опис магнітореологічного ефекту кількох (скажімо, трьох) порядків.

Метою даної роботи є запропонувати альтернативну фізичну модель, засновану на ідеї, що перебудова наповнювача означає прогресування до структури протікання. Коли магнітне поле накладається на композит, значна частина магнітного потоку проходить через попередній кластер. Феромагнітні частинки, що знаходяться в районі попереднього скупчення, магнітними силами «всмоктуються» до перед кластера.

Така переконфігурація мікроструктури кількісно характеризується різницею між загальною концентрацією частинок p та польовим порогом перколяції. Хоча в даній роботі не використовується методи теорії перколяції, модифікована теорія ефективного середовища осмислює існування порогу перколяції (тобто певної концентрації, де відбувається стрімке підвищення модуля пружності) та його залежності зовнішнє магнітне поле. Нижче буде показано, що дана модель здатна передбачити правильний порядок величини магнітореологічного ефекту, зберігаючи при цьому якісну поведінку без змін. В якості математичного інструмент будемо використовувати самоузгоджене наближення теорії середнього поля для властивостей пружності, модифікованих таким чином, що різка зміна модуля пружності відбувається при заданій концентрації жорстких включень. В даній роботі використовується введене раніше поняття рухомого (залежного від поля) порога перколяції і використовується емпірична залежність перколяції від магнітного поля.

На сьогоднішній день актуальність дослідження МАЕ обумовлена можливостями їх практичного застосування в широкому спектрі галузей діяльності людини. Наприклад : для створення м'яких м'язів, для «м'якої роботехніки», демпферні системи, тощо.

РОЗДІЛ І ТЕОРІЯ СЕРЕДНЬОГО ПОЛЯ ДЛЯ ПРУЖНОЇ ЗАДАЧІ

1.1 Стандартна теорія середнього поля

Розрахунок ефективних фізичних властивостей композиційних матеріалів представляє значний інтерес для багатьох галузей науки та техніки, оскільки дозволяє передбачити характеристики одержуваного матеріалу з характеристик складових його компонентів. Піонерські роботи, написані Дж. К. Максвеллом [1] та лордом Релейом [2] майже 150 років тому, дали правильне твердження проблеми та рішення для невеликих концентрацій включень. Значного прогресу в розумінні поведінки композиційних матеріалів було досягнуто у другій половині минулого століття. Цей прогрес пов'язаний з теорією перколяції, теоретичним описом наноструктур та нелінійних властивостей, а також розробкою розумних композиційних матеріалів, див., Наприклад, [3–6] для оглядів цього питання. Ця робота стосується обчислення ефективних механічних властивостей випадкових неоднорідних двофазних композиційних матеріалів, теорія середнього поля (ТСП) була сформульована близько 55 років тому [7,8]. Однак цей приблизний метод застосовувався до цих пір, див., Наприклад, [9–12]. Нижче демонструється, що в деяких випадках ця класична теорія не веде себе адекватно. Наприклад, це призводить до антилогії в описі одночасно еластичного та електропровідного композитного матеріалу. Для двовимірного випадкового гетерогенного середовища класична ТСП дає несиметричний вираз відносно обміну механічними властивостями фаз. Пропонується модифікація традиційної ТСП щодо властивостей пружності, яка дозволяє усунути деяку непослідовність, що спостерігається, порівнюючи цю ТСП за пружними властивостями з ТСП для інших фізичних властивостей того ж матеріалу. Традиційна ТСП для пружних властивостей випадкових гетерогенних композитів є специфічним випадком модифікованої теорії.

Що стосується типів неоднорідності (класи мікроструктур), то композитні матеріали умовно можна розділити на упорядковані та випадкові гетерогенні. Випадкові гетерогенні композити включають, наприклад, носії зі сферичними, еліпсоїдальними або більш складними фігурними включеннями, випадковим чином дисперговані в матриці. У впорядкованих структурах (де включення розташовані строго періодично) можна отримати точні аналітичні вирази для модулів пружності (модулі Юнга та зсуву, відношення Пуассона тощо). Щодо визначення точного вирішення проблеми обчислення ефективних модулів читач посилається на [13]. Точне рішення потрібно для отримання в закритому вигляді аналітичних виразів для ефективних модулів, відповідних для довільної великої неоднорідності механічних властивостей, наприклад, для довільного великого співвідношення модуля Юнга першої та другої фаз. Хоча в реальних композитах ідеальних періодичних структур не виникає, аналітичні результати для еластичних модулів упорядкованих структур є корисними, оскільки вони дозволяють побудувати ефективні обчислювально орієнтовані моделі багатопараметричних складних систем за допомогою асимптотичних методів, які можуть, завдяки їхній простоті, безпосередньо використовуватись для керування проектуванням систем на основі композитних матеріалів [14–16].

Для випадкових різнорідних композитних матеріалів неможливо отримати точні аналітичні рішення для модулів пружності. У цьому випадку для невеликих концентрацій однієї фази (ізолюваних включень) можна отримати досить точні приблизні вирази. Альтернативно, хороші приблизні рішення можливі в області перколяції, особливо в так званій критичній області та великій неоднорідності [3,4,17,18]. Обидва випадки цікаві з теоретичної та експериментальної точки зору. Однак композити реального світу зазвичай не належать до цих двох класів. Тому бажано мати наближення, яке описує властивості випадково неоднорідного композитного матеріалу в широкому діапазоні концентрацій, включаючи велику неоднорідність.

Для значно простішої (порівняно з теорією пружності) проблеми обчислення ефективних властивостей електропровідних (ефективний коефіцієнт електропровідності) або діелектриків (ефективна проникність) композиційних матеріалів такий наближення добре відомий. Це ефективна теорія середовища (ТСП), що базується на проблемі ізольованого включення та міркувань самозгодженості [3,4,17-19]. Для проблеми провідності чи проникності цю оцінку часто називають апроксимацією Бруггемана – Ландауера (БЛ) [20,21].

Поріг перколяції в наближенні БЛ для великої неоднорідності дорівнює $1/3$. Одночасно можна обчислити ефективні пружні властивості того ж композиту. В [22] досліджено жорсткі перехресні властивості, що пов'язують ефективну поперечну електропровідність та ефективні поперечні модулі пружності волокнистого (двовимірного) композиту. Ефективні пружні властивості випадкових двовимірних композитів були записані в аналітичній формі з точністю $O(p^4)$ в [23]. Класична ТСП для задачі про пружність у тривимірному (3D) випадку має властивість, що поріг проколювання дорівнює $1/2$ [24]. Існує логічна невідповідність, коли одночасне дослідження механічних та електричних властивостей суперечить одне одному. У цьому контексті видається необхідним змінити ТСП на пружні властивості.

Далі розглянемо випадкові неоднорідні двофазні композити. Самоузгоджене наближення ТСП розглядає включення сферичної форми, вбудованої у однорідне середовище з шуканими ефективними пружними властивостями. Концентрація першої фази p , концентрація другої фази - $(1 - p)$. Механічні властивості обох фаз та ефективного середовища є ізотропними. Для проблеми пружності в минулому було отримано самоузгоджене наближення ТСП [3,7,]. Його можна записати у такій формі:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{1+\alpha_e\left(\frac{K_1}{K_e}-1\right)} + \frac{1-p}{1+\alpha_e\left(\frac{K_2}{K_e}-1\right)} &= 1 \\ \frac{p}{1+\beta_e\left(\frac{G_1}{G_e}-1\right)} + \frac{1-p}{1+\beta_e\left(\frac{G_2}{G_e}-1\right)} &= 1 \end{aligned} \right\}, \quad (1.1.1)$$

де

$$\alpha_e = \frac{1}{3} \cdot \frac{1+\nu_e}{1-\nu_e}, \quad \beta_e = \frac{2}{15} \cdot \frac{4-5\nu_e}{1-\nu_e}, \quad (1.1.2)$$

і G_e, K_e, ν_e є ефективним модулем зсуву, об'ємним модулем та коефіцієнтом Пуассона, в той час як $G_1, G_2, K_1, K_2, \nu_1, \nu_2$ значення цих модулів у першій та другій фазах.

Для невеликої концентрації одна фаза ($p \ll 1$), $\sigma_e(p)$ з (1) і $G_e(p)$ з (2,3) перетворюються на відомі вирази, отримані для малих концентрацій. Наближення (для ефективної провідності це наближення Максвелла, див., Наприклад, [3,4,17,18]) описує поведінку ефективних коефіцієнтів з точністю першої сили концентрації p . Підхід Максвелла також може бути узагальнений до інших фізичних властивостей, наприклад, п'єзоелектрики [26].

З теоретичних міркувань найскладніша область концентрації наповнювача знаходиться навколо певного значення концентрації, де при невеликій варіації концентрації відбувається значна зміна значень ефективних коефіцієнтів і модулів при великій неоднорідності, див. Рисунки 1.1.1 і 1.1.2. Такі концентрація позначається порогом перколяції. Згідно з теорією проколювання, поблизу порогу просочення (у так званій критичній області $|p - p_c| \ll 1$) ефективні модулі провідності (σ_e), зсуву (G_e) та Юнга (E_e) мають таку поведінкову поведінку:

$$\begin{aligned} \sigma_e &\sim (p - p_c)^t, \quad \sigma_2 = 0, \quad p > p_c; \quad \sigma_e \sim (p_c - p)^{-q}, \quad \sigma_1 = \infty, \quad p < p_c; \\ E_e &\sim (p - p_c)^f, \quad G_e \sim (p - p_c)^f, \quad E_2 = G_2 = 0, \quad p > p_c; \\ E_e &\sim (p_c - p)^{-s}, \quad G_e \sim (p_c - p)^{-s}, \quad E_1 = G_1 = \infty, \quad p < p_c, \end{aligned} \quad (1.1.3)$$

де f і s є універсальними критичними показниками

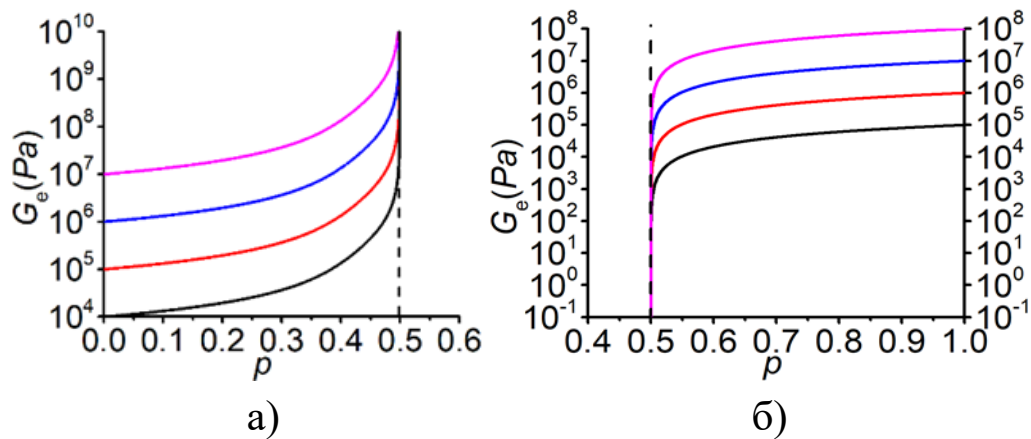


Рисунок 1.1.1 — Концентраційні залежності ефективного модуля зсуву G_e при $G_2/G_1 = 0$. (а) Різні модулі зсуву другої фази G_2 ($\nu_2 = 0.49$) та $G_1 = \infty$. (б) Різні модулі зсуву першої фази G_1 ($\nu_1 = 0.3$) та $G_2 = 0$ Па.

Орієнтовні значення критичних показників можна отримати з якісних міркувань, тоді як їх точні значення можна отримати з чисельного моделювання [17,24,27].

ТСП для проблеми пружності приблизно описує поведінку модулів пружності в критичній області. Зауважимо, що поведінка ефективної провідності та модулів пружності при великій неоднорідності аналогічна поведінці параметра порядку в теорії фазових переходів другого порядку [28]. Розрахунок критичних показників параметра порядку в ТСП дає їх значення наближення. Уточнення цих значень є складнішим і пов'язане з врахуванням коливань параметра порядку [29–31]. Аналогічно, ТСП в задачі про пружність дає приблизні значення критичних показників f і S . Відповідно до ТСП критичні показники ефективної провідності легко знаходять з рівнянь і вони дорівнюють одиниці: $t = q = 1$ [3, 4]. Відповідно до експериментів та чисельних обчислень $t = 2$, $q = 0,73$ у тривимірному випадку [17].

Незважаючи на свою уявну простоту, наближення БЛ, засноване на ідеї самоузгодження описує зміну ефективних коефіцієнтів у всій концентрації, кількісно та якісно. Наприклад, це може бути ефективна електропровідність. При невеликій неоднорідності (трохи більше одиниці) для добре гомогенізованої суміші двох фаз з провідністю і залежність, отримана з

рівнянь, добре описує експериментальні дані. Як добре відомо [3,4,17,18], при великій неоднорідності (ϵ) існує таке значення концентрації, що називається порогом перколяції, поблизу якого ефективна провідність (інші ефективні коефіцієнти та модулі, а також χ круто змінює своє значення. Опис таких явищ є предметом теорії перколяції, яка є аналогом теорії фазових переходів другого порядку. Основним геометричним елементом є з'єднання через одну з фаз - поява безперервного шляху через одну з фаз через весь зразок (так званий нескінченний скупчення перколяції). На перший погляд, наближення ТСП (розрахунок поля всередині ізольованого сферичного включення однієї з фаз, зануреного в ефективне середовище) не може дати опис стрімкого підвищення ефективної провідності. Однак наближення БЛ не тільки збільшує околицю значення концентрації при, але й забезпечує залежність сили від закону в районі χ , або χ . Такі енергетичні залежності, близькі до порогу перколяції, мають місце для параметрів порядку (в теорії фазових переходів другого порядку) та ефективних коефіцієнтів і модулів в теорії протікання.

Таким чином, наближення ТСП якісно та частково також кількісно описує поведінку перколяції. Тому доцільно використовувати позначення теорії просочення - поріг проникнення, область критичної концентрації, а також критичні показники, що описують поведінку закону в критичній області. Для проблеми електропровідності наближення ТСП призводить до існування порогу перколяції (верхній показник позначає проблему провідності) та енергетичної поведінки провідності в околицях, що характеризується власними критичними показниками.

Варто зазначити, що результати ТСП, описуючи ефективні коефіцієнти та модулі, є приблизними, аналогічні теорії Ландау про фазовий перехід другого порядку, що використовується для опису параметрів замовлення

1.2 Поріг перколяції в стандартній теорії

Давайте спочатку визначимо поріг перколяції. Ми переформулювали рівняння ТСП, використовуючи в якості незалежних змінних G і ν . Враховуючи відоме відношення $K = 2G(1+\nu)/3(1-2\nu)$, систему рівнянь (1.2.1) можна записати у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{1+\alpha_e \left(\frac{G_1}{G_e} \frac{1+\nu_1}{1+\nu_e} \frac{1-2\nu_e}{1-2\nu_1} - 1 \right)} + \frac{1-p}{1+\alpha_e \left(\frac{G_2}{G_e} \frac{1+\nu_2}{1+\nu_e} \frac{1-2\nu_e}{1-2\nu_2} - 1 \right)} &= 1 \\ \frac{p}{1+\beta_e \left(\frac{G_1}{G_e} - 1 \right)} + \frac{1-p}{1+\beta_e \left(\frac{G_2}{G_e} - 1 \right)} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.1)$$

Якщо розглядається композит із $E_2 = G_2 = 0$, взяття $G_2 = 0$ в (2.2.1), то можна дослідити випадок, коли $p \rightarrow p_c$, $G_e \rightarrow 0$. Рівняння (1.2.1) спрощене і може бути записане у такій формі:

$$\left. \begin{aligned} \left[\frac{1}{1+\alpha_e \left(\frac{G_1}{G_e} \cdot \frac{1+\nu_1}{1+\nu_e} \cdot \frac{1-2\nu_e}{1-2\nu_1} - 1 \right)} - 1 \right] p + \left(\frac{1}{1-\alpha_e} - 1 \right) (1-p) &= 0 \\ \left[\frac{1}{1+\beta_e \left(\frac{G_1}{G_e} - 1 \right)} - 1 \right] p + \left(\frac{1}{1-\beta_e} - 1 \right) (1-p) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.2.2)$$

Поклавши $G_e \rightarrow 0$ зараз і $p \rightarrow p_c$ з (1.2.2) знаходимо

$$\left. \begin{aligned} -p_c + \left(\frac{1}{1-\alpha_e} - 1 \right) (1-p_c) &= 0 \\ -p_c + \left(\frac{1}{1-\beta_e} - 1 \right) (1-p_c) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.3)$$

З (1.2.3) отримаємо

$$\alpha_e = \beta_e. \quad (1.2.4)$$

Відразу випливає з цього

$$\nu_e(p = p_c^E) = \frac{1}{5}, \quad p_c^E = \frac{1}{2}, \quad (1.2.5)$$

де верхній показник p_c^E означає, що цей поріг перколяції відноситься до проблеми пружності.

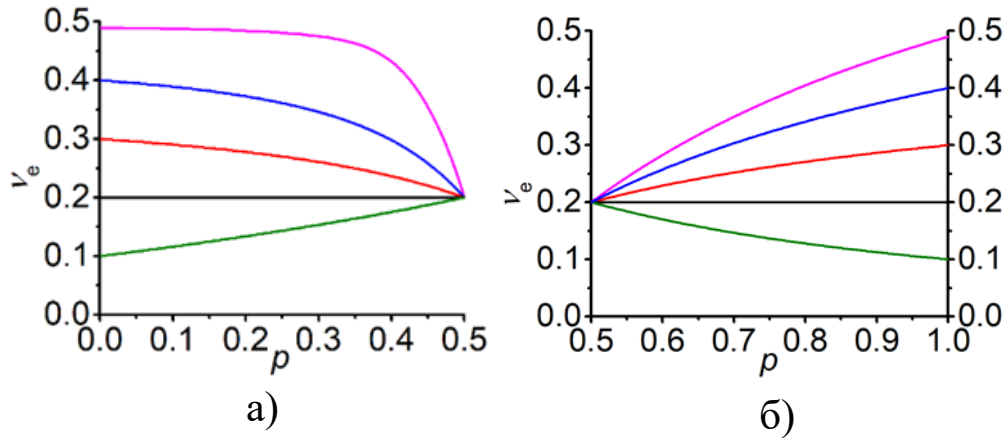


Рисунок 1.2.1— Концентраційні залежності ефективного коефіцієнта Пуассона при $G_2/G_1 = 0$. (а) Різні співвідношення Пуассона другої фази ($G_2 = 10^5$ Па) та $G_1 = \infty$. (б) Різні співвідношення Пуассона першої фази ($G_1 = 10^{11}$ Па) та $G_2 = 0$.

Зауважимо, що значення коефіцієнта Пуассона на порозі протікання (10) в рамках ТСП не залежить від механічних параметрів фаз. Випадок розглядається вище при кінцевому значенні. Цей самий результат також має місце, але при ненульовому значенні. Конкретне значення обговорювалося в [32]. Пізніше ми повернемося до обговорення конкретних значень співвідношення Пуассона. На малюнку 1.2.2 показано поведінку концентрації ефективного співвідношення Пуассона для обох випадків.

На рисунку 1.2.2 показані концентраційні залежності ефективного модуля зсуву та ефективного відношення Пуассона для кінцевих значень модуля зсуву обох складових матеріалів. Вставка показує збільшену область поблизу порогу протікання. Видно, що ефективне відношення Пуассона не точно дорівнює $1/5$ при $p = 1/2$, як було показано раніше в [32].

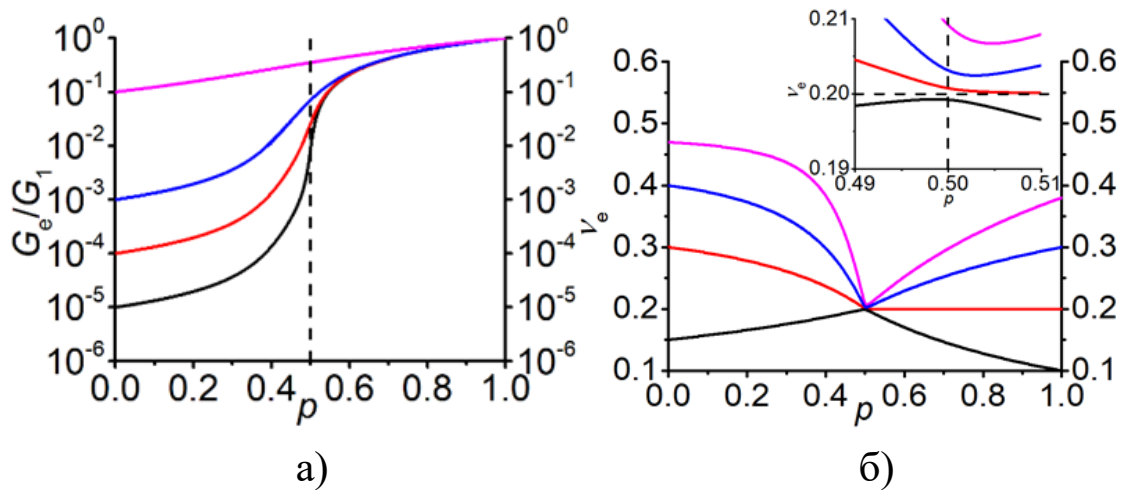


Рисунок 1.2.2 — (а) Концентраційна залежність нормалізованого ефективного модуля зсуву G_e/G_1 для різних модулів зсуву другої фази. (б) Концентраційна залежність ефективного співвідношення Пуассона для різних комбінацій модулів Пуассона фаз. На вкладі показана збільшена область навколо порогу перколяції.

1.3 Критичні показники в традиційній теорії середнього поля

Використовуючи відоме значення порогу перколяції $p_c^E = 1/2$, можна розкласти вираз для G_e на ряд відносно близькості від порогу протікання $|p - p_c|$ та обчислити відповідні критичні показники.

Отримавши з першого рівняння системи (1.2.1) при $G_2 \rightarrow 0$:

$$\nu_e = \frac{G_1[(1 - \nu_1) - 3p(1 + \nu_1)] + 2G_e(1 - 2\nu_1)}{G_1[(1 + \nu_1) + 3p(1 + \nu_1)] + 2G_e(1 - 2\nu_1)}, \quad (1.3.1)$$

а з другого рівняння системи (1.2.1) отримаємо два рішення:

$$\nu_e = \frac{4}{5}, \quad \nu_e = \frac{1}{5} \cdot \frac{(8 - 15p)G_1 + 7G_e}{(2 - 3p)G_1 + G_e}. \quad (1.3.2)$$

Перше рішення в (1.3.2) не має фізичного значення, оскільки коефіцієнт Пуассона ніколи не перевищує $1/2$.

Введення змінної $\tilde{G}_e = G_e/G_1$ та прирівнюючи праві частини отриманих рішень:

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{8-15p+7\tilde{G}}{2-3p+\tilde{G}} = \frac{(1-\nu_1)-3p(1+\nu_1)+2\tilde{G}_e(1-2\nu_1)}{(3p+1)(1+\nu_1)+2\tilde{G}_e(1-2\nu_1)}, \quad (1.3.3)$$

Після перехресного множення отримуємо квадратичне рівняння з двома розв'язками:

$$\tilde{G}_e = \frac{-10\nu_1 - 3p(3-7p\nu_1) + 8 \pm \sqrt{\omega}}{8(2-\nu_1)}, \quad (1.3.4)$$

де

$$\omega = 9(7\nu_1 - 3)^2 p^2 - 12(51\nu_1^2 - 35\nu_1 + 4)p + 4(7\nu_1 - 2)^2. \quad (1.3.5)$$

Розв'язок зі знаком плюс перед кореневим членом у чисельнику (1.3.5) не володіє необхідними фізичними властивостями ($G_e \rightarrow 0$ при $p \rightarrow p_c$).

Близько порогу перколяції поводитьься різко зростає \tilde{G}_e як слід очікувати у критичній області теорії перколяції. Підставляючи (1.3.4) в (1.3.6), ми знаходимо критичний показник f методом наближень Паде [33,34]:

$$f_{\text{ЕМТ}} = \lim_{p \rightarrow 1/2^+} \left\{ \left(p - \frac{1}{2} \right) \left[\frac{\partial}{\partial p} \ln(\tilde{G}_e) \right] \right\} = 1, \quad (1.3.6)$$

де позначення $f_{\text{ЕМТ}}$ означає, що це значення отримане за допомогою ТСП, і результат збігається зі значенням, отриманим в [24]. Значення, отримане чисельними обчисленнями поза рамками ТСП, становить $f = 3,76$ [3,4,17,18,27].

Наявність порогів перколяції при великій неоднорідності, як для проблеми електропровідності, так і для проблеми пружності, звичайно, пов'язана з утворенням у двофазній випадково неоднорідній системі так званого нескінченного скупчення [3,4, 17,18], що є сполученим шляхом через весь зразок через одну з фаз. У разі проблеми провідності поява нескінченного скупчення першої фази ($\sigma_1 \gg \sigma_2$) означає появу провідного каналу свердловини, а отже, різке зниження електричного опору зразка. Що стосується проблеми еластичності, $E_1 \gg E_2$ означає появу жорсткої рами. Близька до концентрації, де відбувається утворення «перколяції» (тобто

виникає нескінченне скупчення однієї з фаз), залежно від енергетичних залежностей ефективних коефіцієнтів

1.4 Недоліки традиційної теорії

Незважаючи на те, що ефективні коефіцієнти та модулі дають правильну якісну, а в деяких випадках навіть кількісну, поведінку у всьому діапазоні концентрацій, як для розрахунків провідності, так і пружності, у загальноприйнятому підході існують принципові труднощі та логічні розбіжності.

Основним недоліком є строга рівність порогу протікання $1/2$. ТСП описує випадкові гетерогенні носії, іншими словами, добре змішані суміші двох фаз. При невеликій концентрації першої фази таке середовище являє собою включення першої фази у другу фазу. При концентрації, близькій до 1, це включення другої фази в першу фазу. Існує симетрія: взаємний обмін фаз і фаз не змінює ефективних властивостей таких симетричних композитів. Ця симетрія прямо бачиться в рівняннях для проблеми провідності та для задачі про пружність. Наприклад, після заміни в системі рівнянь залишається незмінною [35,36]. Якщо критична концентрація першої фази в силу зазначеної симетрії дорівнює порогу перколяції другої фази через парність фаз.

Якщо концентрація, наприклад, першої фази, збільшується, при досягненні в тривимірному середовищі виникає нескінченний скупчення першої фази. При цьому нескінченне скупчення другої фази не зникає. Відповідно до симетрії кластер другої фази виникає при (при цьому зменшуючись від 1). Таким чином, в середовищі існують два кластери в середовищі одночасно. У двовимірному випадку поріг перколяції першої фази p_c має значення $1/2$ в наближенні до ТСП, а при появі кластера однієї фази другий кластер зникає. Для двовимірного (2D) випадку поріг перколяції для першої фази в ТСП дорівнює $1/2$, а через симетрію поріг перколяції другої

фази також становить $1/2$, тому вони збігаються. Дійсно, у 2D-симетричному випадку наявність нескінченного скупчення однієї фази виключає існування нескінченного скупчення іншої фази. У тривимірному випадку за наявності симетрії це неправда. Тому, здається, принаймні своєрідний у тривимірному випадку, оскільки ТСП описує випадкове гетерогенне середовище.

Ще одним недоліком наближення ТСП є невідповідність між порогами p_c^σ та p_c^E . Звичайно, проблеми провідності та пружності представляють різні рівняння, з погляду математичної фізики (навіть різного порядку, див. Теорію пружності [37,38]). Однак в той же час ТСП за провідністю не повинно суперечити ТСП за еластичністю. Наприклад, якщо ефективна провідність (діелектрична проникність) та ефективні модулі пружності вимірюються одночасно, їх різка зміна повинна відбуватися в однаковій концентрації. Таку концентрацію, при якій виникає нескінченний кластер, наприклад, експериментальні дані [39,40], де для дво- та тривимірних випадків було експериментально показано, що $p_c^\sigma = p_c^E$.

Для усунення невідповідності між проблемами електропровідності та пружності необхідна модифікація ТСП, яка дозволяє прописати попередньо обраний поріг перколяції i , отже, співставити їх в обох проблемах.

Залежно від технології виготовлення (i , отже, наявності різних співвідношень у розташуванні включень) числове значення порогу перколяції змінюється [33]. Наприклад, для пористих матеріалів добре відомо, що поріг просочування залежить від конкретного складу матеріалу [41,42]. У той же час ТСП для провідності (наближення БЛ) дає порогове значення, яке не дозволяє описувати експериментальні дані у всіх випадках. У роботі [43] ТСП для гальваномагнітних явищ (електропровідність у магнітному полі) модифікували таким чином, що стало можливим встановити поріг перколяції. Це означає, що можна отримати польові та концентраційні залежності ефективних компонентів тензора електропровідності в рамках ТСП з різними порогами перколяції. Така модифікована теорія дозволила пояснити

результати багатьох попередніх експериментів, що здавалося парадоксальним у той час, наприклад [44–50].

1.5 Модифікація теорії середнього поля для задачі пружності

Відповідно до вищезгаданого розгляду (невідповідність порогів перколяції в розрахунках електропровідності та пружності) стає зрозумілим, що стандарт ТСП для пружних властивостей (2,3) повинен бути модифікований. З нашої точки зору, засіб захисту може діяти так само, як і для обчислення провідності в ТСП, а саме, слід передбачити пороговий показник перколяції. Хоча фізичні процеси електропровідності чи пружності та рівняння, що описують їх, різні, наближення ТСП для обчислення ефективних коефіцієнтів (модулів) (2,3) може бути змінено аналогічним чином. Для зручності запишемо наближення ТСП для пружних ефективних модулів (2,3) у такому вигляді (див. Наближення ТСП щодо провідності (1)):

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1 p + \Omega_2 (1 - p) &= 0 \\ \Theta_1 p + \Theta_2 (1 - p) &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (1.5.1)$$

де

$$\Omega_i = \frac{\frac{G_i}{G_e} \cdot \frac{1 + \nu_i}{1 + \nu_e} \cdot \frac{1 - 2\nu_e}{1 - 2\nu_i} - 1}{1 + \alpha_e \left(\frac{G_i}{G_e} \cdot \frac{1 + \nu_i}{1 + \nu_e} \cdot \frac{1 - 2\nu_e}{1 - 2\nu_i} - 1 \right)}, \quad \Theta_i = \frac{\frac{G_i}{G_e} - 1}{1 + \beta_e \left(\frac{G_i}{G_e} - 1 \right)}, \quad i = 1, 2. \quad (1.5.2)$$

Нагадаємо, що і для тривимірного випадку наведено в (3).

Розглянемо модифіковану ТСП для задачі пружності, замінивши (1.5.1) на наступну систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Omega_1}{1 + s(p, \tilde{p}_c)\Omega_1} p + \frac{\Omega_2}{1 + s(p, \tilde{p}_c)\Omega_2} (1 - p) &= 0 \\ \frac{\Theta_1}{1 + s(p, \tilde{p}_c)\Theta_1} p + \frac{\Theta_2}{1 + s(p, \tilde{p}_c)\Theta_2} (1 - p) &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (1.5.3)$$

де введений нами терм s подібний, але не дорівнює, терму Саричева-Виноградова :

$$s(p, \tilde{p}_c) = (1 - 2\tilde{p}_c) \left(\frac{p}{\tilde{p}_c} \right)^{\tilde{p}_c} \left(\frac{1-p}{1-\tilde{p}_c} \right)^{1-\tilde{p}_c} \quad (1.5.4)$$

У випадку, коли $\tilde{p}_c = p_c^E = 1/2$ терм $s(p, \tilde{p}_c = p_c^E)$ зникає і (1.5.3) переходить у звичайну ТСП для проблеми пружності (20).

Тепер, попередньо відібравши p_c в термі $s(p, \tilde{p}_c)$ (1.5.4), можна знайти поведінку $G_e(p)$, яка, як слід, має заданий поріг просвітлення, див. Рисунки 1.5.1 та 1.5.2. Враховуючи, що $E_e = 2G_e(1 + \nu_e)$ ефективний модуль Юнга має той самий поріг перколяції, що і модуль зсуву G_e .

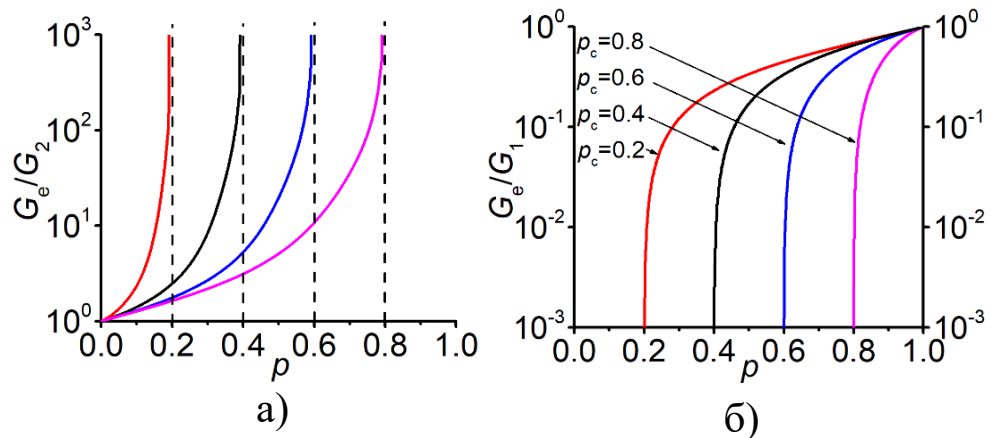


Рисунок 1.5.1 — Залежно від концентрації ефективного модуля зсуву G_e при $G_2/G_1 = 0$ різних значеннях порогу протікання. (а) $G_2 = 10^5$ Па, $\nu_2 = 0.49$ та $G_1 = \infty$. (б) та $G_1 = 10^{11}$ Па, $\nu_1 = 0.3$ та $G_2 = 0$ Па.

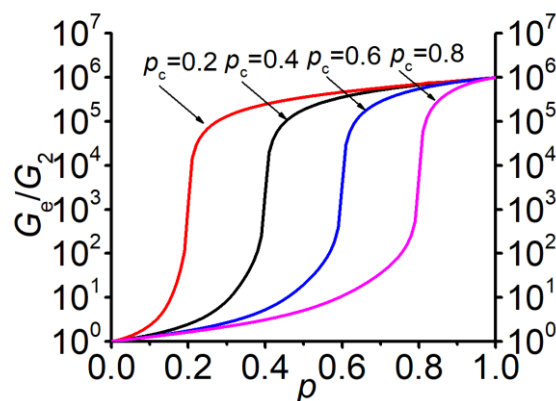


Рисунок 1.5.2 — Залежність від концентрації нормалізованого ефективного модуля зсуву для різних значень порогу протікання.

На відміну від попередніх, багатопараметричних теоретичних підходів або каскадної мікромеханіки безперервної континууму (наприклад, [42]), дана модель використовує лише найважливішу характеристику - поріг протікання, який визначається методом виготовлення композита.

1.6 Перколяційні властивості модифікованої теорії

Доведемо, що p_c - це дійсно поріг протікання модифікованих рівняннях. Візьмемо $G_2 = 0$, при $G_e \rightarrow 0$ та $p \rightarrow p_c$ та отримаємо :

$$\left. \begin{aligned} (1-p-s(p, \tilde{p}_c)) \left(\frac{1}{1-\alpha_e} - 1 \right) &= p \\ (1-p-s(p, \tilde{p}_c)) \left(\frac{1}{1-\beta_e} - 1 \right) &= p \end{aligned} \right\}, \quad (1.6.1)$$

Враховуючи $p = p_c$, ми отримуємо

$$\alpha_e = \beta_e = 1/2, \quad (1.6.2)$$

тоді множники у великих круглих дужках в (1.6.1) дорівнюють 1 і отримуємо з (1.6.1), враховуючи вираз для $s(p, \tilde{p}_c)$

$$2p_c = 1 - (1 - 2\tilde{p}_c) \left(\frac{p}{\tilde{p}_c} \right)^{\tilde{p}_c} \left(\frac{1-p}{1-\tilde{p}_c} \right)^{1-\tilde{p}_c} \bigg|_{p=p_c}, \quad (1.6.3)$$

де є попередньо обраний поріг перколяції \tilde{p}_c , тоді як поріг перколяції p_c , що виникає в результаті стандартної ТСП. Легко видно, що рішення рівняння (1.6.3) відносно p_c є

$$p_c = \tilde{p}_c \quad (1.6.4)$$

Отже, попередньо обраний поріг перколяції як параметр є порогом дійсним порогом перколяції.

Розрахуємо критичні показники в традиційній та модифікованій ТСП. Використовуючи змінні $m_e = 1/G_e$, $m_1 = 1/G_1$, $m_2 = 1/G_2$, $m_1 \rightarrow 0$ для рівняння можна записати у такій формі:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{3m_2 - 6m_2\nu_2 - 3m_2\nu_e + 6m_2\nu_2\nu_e}{(2\nu_e - 1)(2m_2 + m_e - 4m_2\nu_2 + m_e\nu_e)} - 1 &= \frac{p}{1-p} \\ \frac{15m_2 - 15m_2\nu_e}{7m_2 + 8m_e - 5m_2\nu_e - 10\nu_e m_e} - 1 &= \frac{p}{1-p} \end{aligned} \right\}.$$

З першого рівняння в системі рівняння отримаємо:

$$\nu_e = \frac{m_2(-1 + 2\nu_2) + m_e(1 + \nu_2) + 3pm_2(1 - 2\nu_2)}{m_2(1 - 2\nu_2) + 2m_e(1 + \nu_2) + 3pm_2(1 - 2\nu_2)}$$

Вводячи змінну $\tilde{m}_e = m_e / m_2$, ми отримуємо

З другого рівняння системи Рівняння отримаємо:

$$\nu_e = \frac{\tilde{m}_e(1 + \nu_2) + (3p - 1)(1 - 2\nu_2)}{2\tilde{m}_e(1 + \nu_2) + (3p + 1)(1 - 2\nu_2)}$$

Прирівнювання правої частини отриманих рішень

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{8 + 7\tilde{m}_e - 15p}{2 + \tilde{m}_e - 3p} = \frac{\tilde{m}_e(1 + \nu_2) + (3p - 1)(1 - 2\nu_2)}{2\tilde{m}_e(1 + \nu_2) + (3p + 1)(1 - 2\nu_2)},$$

ми отримуємо з квадратичного рівняння

$$\tilde{m}_e = \frac{14\nu_2 - 3p(1 + 3p\nu_2) - 4 \pm \sqrt{\xi}}{4(1 + \nu_2)}$$

де

$$\xi = 9p^2(3\nu_2 + 1)^2 - 12p(5\nu_2^2 - 7\nu_2 + 6) + 4(5\nu_2 - 4)^2$$

Вибираючи розв'язок зі знаком плюс у чисельнику та використовуючи метод наближення Паде для обчислення критичних показників, ми знаходимо для S у наближенні ТСП:

$$S_{\text{ЕМТ}} = \lim_{p \rightarrow 1/2^-} \left\{ \left(p - \frac{1}{2} \right) \left[\frac{\partial}{\partial p} \ln \left(\frac{1}{m_e} \right) \right] \right\} = 1$$

Отже, критичний показник ефективних модулів Юнга та зсуву нижче порогу перколяції в рамках наближення ТСП дорівнює одиниці: $S_{\text{ЕМТ}} = 1$. Число отримане значення, яке знаходиться поза рамкою ТСП, становить $S = 0,82$ [3,4,17,18].

Вираз можна узагальнити для довільного порогу проколювання, де, очевидно, термін модифікації слід враховувати при обчисленні:

$$S = \lim_{p \rightarrow \tilde{p}_c^-} \Sigma(p) = \lim_{p \rightarrow \tilde{p}_c^-} \left\{ (p - \tilde{p}_c) \left[\frac{\partial}{\partial p} \ln \left(\frac{1}{m_e} \right) \right] \right\}$$

Допоміжна функція може бути легко обчислена чисельно для будь-якої концентрації p , яка довільно менша, ніж. На малюнку показані зразкові результати розрахунків. Видно, що $= 1$ подібні обчислення можна виконати для критичного показника f :

$$f = \lim_{p \rightarrow \tilde{p}_c^+} \Phi(p) = \lim_{p \rightarrow \tilde{p}_c^+} \left\{ (p - \tilde{p}_c) \left[\frac{\partial}{\partial p} \ln(G_e) \right] \right\}$$

На малюнку показані зразкові результати розрахунків. Помічено, що $f = 1$.

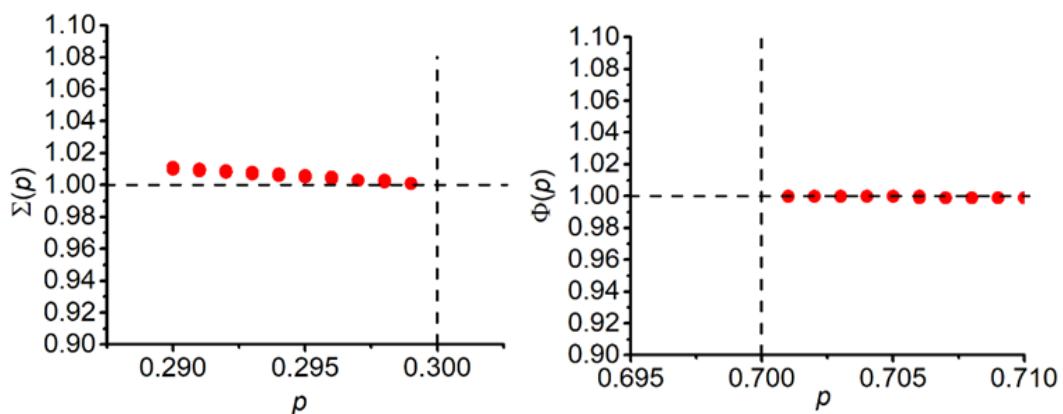


Рисунок 1.6.1 — Критичні індекси отримані чисельним розрахунком.

Обчислимо поріг перколяції та коефіцієнт Пуассона в традиційній ТСП

для.

По-перше, система переписується як

$$\left. \begin{aligned} & p \left[\frac{1}{1 + \alpha_e \left(\frac{G_1}{G_e} \cdot \frac{1 + \nu_1}{1 + \nu_e} \cdot \frac{1 - 2\nu_e}{1 - 2\nu_1} - 1 \right)} - 1 \right] + (1 - p) \left[\frac{1}{1 + \alpha_e \left(\frac{G_1}{G_e} \cdot \frac{1 + \nu_2}{1 + \nu_e} \cdot \frac{1 - 2\nu_e}{1 - 2\nu_2} - 1 \right)} - 1 \right] = 0 \\ & p \left[\frac{1}{1 + \beta_e \left(\frac{G_1}{G_e} - 1 \right)} - 1 \right] + (1 - p) \left[\frac{1}{1 + \beta_e \left(\frac{G_2}{G_e} - 1 \right)} - 1 \right] = 0 \end{aligned} \right\}.$$

Потім вводимо змінні

$$m_e = 1/G_e, m_1 = 1/G_1, m_2 = 1/G_2$$

і переписуємо систему як

$$\left. \begin{aligned} & p \left[\frac{1}{1 + \alpha_e \left(\frac{m_e}{m_1} \cdot \frac{1 + \nu_1}{1 + \nu_e} \cdot \frac{1 - 2\nu_e}{1 - 2\nu_1} - 1 \right)} - 1 \right] + (1 - p) \left[\frac{1}{1 + \alpha_e \left(\frac{m_e}{m_2} \cdot \frac{1 + \nu_2}{1 + \nu_e} \cdot \frac{1 - 2\nu_e}{1 - 2\nu_2} - 1 \right)} - 1 \right] = 0 \\ & p \left[\frac{1}{1 + \beta_e \left(\frac{m_e}{m_1} - 1 \right)} - 1 \right] + (1 - p) \left[\frac{1}{1 + \beta_e \left(\frac{m_e}{m_2} - 1 \right)} - 1 \right] = 0 \end{aligned} \right\},$$

рівняння записують як

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{1 + \alpha_e \left(\frac{m_e}{m_2} \cdot \frac{1 + \nu_1}{1 + \nu_e} \cdot \frac{1 - 2\nu_e}{1 - 2\nu_1} - 1 \right)} - 1 = \frac{p}{1 - p} \\ & \frac{1}{1 + \beta_e \left(\frac{m_e}{m_2} - 1 \right)} - 1 = \frac{p}{1 - p} \end{aligned} \right\}.$$

Поклавши зараз $G_e \rightarrow \infty$, $m_e \rightarrow 0$ і $p \rightarrow p_c$, знаходимо

$$\alpha_e = p_c, \quad \beta_e = p_c.$$

Звідки це відразу впливає

$$p_c^E = \frac{1}{2}, \quad \nu_e(p = p_c^E) = \frac{1}{5}, \quad G_1 = \infty.$$

1.7 Порівняння з експериментальними даними

Про 2D експерименти повідомлялося в [39,54]. В [39] був виявлений той самий поріг перколяції для явищ провідності та пружності. Аналогічні вимірювання механічної жорсткості та електропровідності були проведені в роботі [54], де для обох фізичних властивостей визначався однаковий поріг перколяції. В обох експериментах співвідношення дорівнювало нулю, а отже, поріг перколяції був добре вираженим. Зауважте, що виміряні значення перколяції суттєво відрізняються від порогу перколяції в традиційному ТСП і підкреслюють важливість наших міркувань. Далі, тривимірна система перколяції була досліджена в [40], де також було встановлено, що електропровідність та модуль Юнга мали один і той же поріг проколювання, який не дорівнював 1/2.

В роботі [55] досліджено перехід перколяції та пружні властивості блок-сополімерів стиролу та бутадієну (3D-випадок). Співвідношення модулів пружності було кінцевим:.. Як видно з Фіг. 3а, для скінченного співвідношення перехід перколяції не є чітко вираженим при концентраційній залежності ефективного модуля пружності. Конкретне значення концентрації, при якому відбувається максимальна зміна поведінки ефективного модуля, зміщується в бік концентрації менше 1/2. Зауважимо, що аналогічна ситуація має місце для ефективної електропровідності, яка детально була вивчена в [51]. На малюнку 7 порівнюються результати ТСП з експериментальними результатами [55]. Хороша згода між експериментальними результатами та ТСП була досягнута за значенням, близьким до значення традиційного ТСП. Цей результат суперечить значенню порогової величини перколяції 0,4, визначеному в [55], та значенню, отриманому за цими даними в [56] в рамках фрактальної моделі, використовуючи ітеративний підхід усереднення. Ми вважаємо, що ці

відхилення зумовлені скінченним співвідношенням зсувних модулів складових компонентів, що слід враховувати при аналізі цих даних.

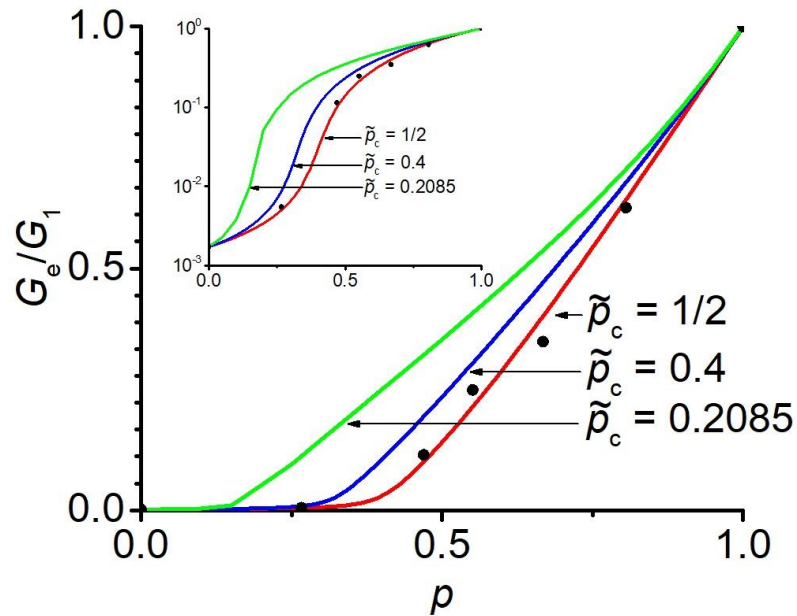


Рисунок 1.7.1 — Нормалізовані модулі зсуву.

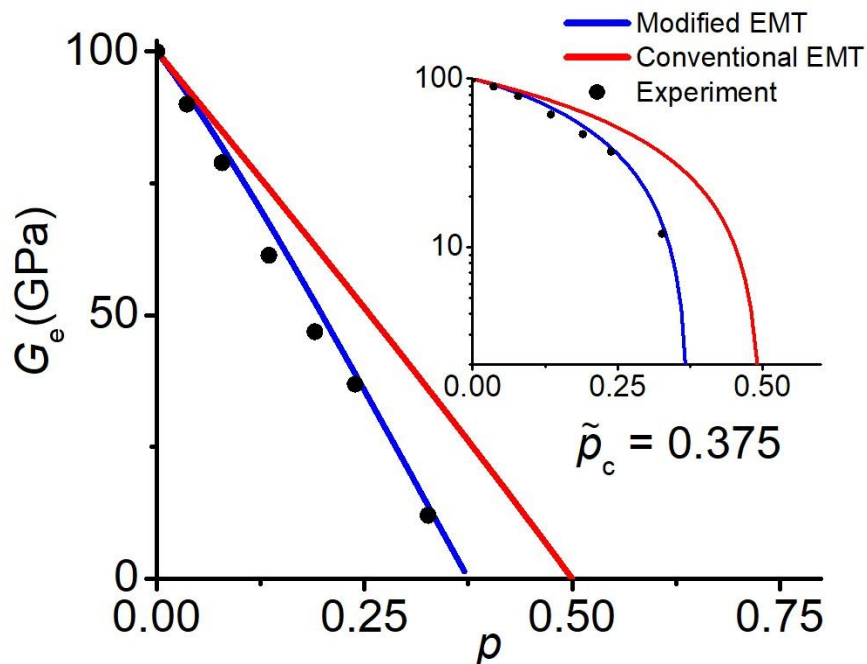


Рисунок 1.7.2 — Залежність пористості ефективного модуля зсуву.

В роботі [57] були досліджені пористі матеріали ($G_1 = 0$ Па). Перехід перколяції в залежності від концентрації був помітним. Було встановлено, що критична пористість (поріг просочення) залежить від розміру порошку.

Вимірне значення варіювало від 0,375 до 0,53 для порошків Th_2O . На малюнку 8 порівнюються результати як звичайної ЕМТ, так і модифікованої ТСП з експериментальними результатами для пористого Th_2O -матеріалу (розмір порошку 0–2 мкм). Хороша згода між експериментальними результатами та модифікованою ТСП, де, спостерігається. Більше того, добре видно, що традиційний ТСП не може описати цей експеримент. Аналогічно, наша модифікована ТСП здатна описати експериментальні модулі пружності для інших розмірів порошку в [57].

Підводячи підсумок, теоретичні результати підкріплені попередніми експериментами, демонструють поліпшення в порівнянні з існуючим підходом і можуть бути використані для валідації альтернативних підходів для визначення порогу проникнення.

ВИСНОВКИ ДО I РОЗДІЛУ

1. У даному розділі було розглянуто стандартну теорію середнього поля для задачі пружності. Описано наближення Бруггемана – Ландауера для проблеми пружності.
2. Також було обчислено значення порогу перколяції для тривимірної задачі пружності в наближенні Бруггемана – Ландауера для сферичних включень.
3. Було обчислено критичні індекси, що характеризують поведінку пружних модулів в околі порогу перколяції.
4. Аналіз стандартної теорії показав, як було зазначено в критиці стандартної теорії, що стандартна теорія потребує модифікації.
5. Таку модифікацію було розглянуто на основі модифікації теорії середнього поля для задачі провідності.

РОЗДІЛ II ВПЛИВ ЗОВНІШНЬОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА ПРУЖНІ ВЛАСТИВОСТІ КОМПОЗИТІВ

2.1 Загальні відомості

Метою даного розділу є розглянути додаткову фізичну модель, засновану на думці, що перебудова наповнювача означає прогресування до структури перколяції. Коли магнітне поле застосовується до композиту, значна частина магнітного потоку проходить через попередній кластер. Феромагнітні частинки, що знаходяться в районі попереднього скупчення, магнітними силами «всмоктуються» до перед скупчення. Візуальне зображення такого ефекту, отримане за допомогою рентгенологічної томографії, було представлено в [58]. В роботі [57] спостерігалось віртуальне торкання та відшарування жорстких включень у м'якій еластичній матриці шляхом використання та усунення магнітного поля. Це можна розглядати як елементарний крок до нарощування (або руйнування) нескінченного скупчення в магнітному полі (або його видалення).

Така переконфігурація мікроструктури кількісно характеризується різницею між загальною концентрацією частинок p та польовим порогом проникнення. Хоча ми не використовуємо методи теорії протікання, модифікована теорія ефективного середовища осмислює існування порогу протікання (тобто певної концентрації, де відбувається стрімке зростання модулів пружності) та її залежність від зовнішнього магнітного поля. Нижче буде показано, що дана модель здатна передбачити правильний порядок величини ефекту МР. зберігаючи якісну поведінку (збільшення модулів пружності зі збільшенням магнітного поля) без змін. В якості математичного інструменту будемо використовувати самоузгоджену ТСП для властивостей пружності, модифікованих таким чином, що різка зміна модуля пружності відбувається при заданій концентрації жорстких включень.

Далі ми розглянемо випадкові неоднорідні двофазні композити. Самостійне наближення ТСП розглядає включення сферичної форми, вбудованої у вигадане однорідне середовище з шуканими ефективними пружними властивостями. Концентрація першої фази p , концентрація другої фази $-(1 - p)$. Механічні властивості обох фаз та ефективного середовища є ізотропними.

G_e, ν_e позначають ефективний модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона, тоді як G_1, G_2, ν_1, ν_2 значення цих модулів у першій та другій фазах.

Як було зазначено в минулому розділі, рівняння класичного самоузгодженої ТСП можна записати у такій формі:

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1 p + \Omega_2 (1 - p) &= 0 \\ \Theta_1 p + \Theta_2 (1 - p) &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.1.1)$$

де

$$\Omega_i = \frac{\frac{G_i}{G_e} \cdot \frac{1+\nu_i}{1+\nu_e} \cdot \frac{1-2\nu_e}{1-2\nu_i} - 1}{1 + \alpha_e \left(\frac{G_i}{G_e} \cdot \frac{1+\nu_i}{1+\nu_e} \cdot \frac{1-2\nu_e}{1-2\nu_i} - 1 \right)}, \quad \Theta_i = \frac{\frac{G_i}{G_e} - 1}{1 + \beta_e \left(\frac{G_i}{G_e} - 1 \right)}, \quad (2.1.2)$$

$$\alpha_e = \frac{1}{3} \cdot \frac{1+\nu_e}{1-\nu_e}, \quad \beta_e = \frac{2}{15} \cdot \frac{4-5\nu_e}{1-\nu_e}.$$

Також було запропоновано змінити рівняння ТСП для задачі пружності наступним чином :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Omega_1}{1 + s(p, \tilde{p}_c) \Omega_1} p + \frac{\Omega_2}{1 + s(p, \tilde{p}_c) \Omega_2} (1 - p) &= 0 \\ \frac{\Theta_1}{1 + s(p, \tilde{p}_c) \Theta_1} p + \frac{\Theta_2}{1 + s(p, \tilde{p}_c) \Theta_2} (1 - p) &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.1.3)$$

де терм $s(p, \tilde{p}_c)$ має вигляд:

$$s(p, \tilde{p}_c) = (1 - 2\tilde{p}_c) \left(\frac{p}{\tilde{p}_c} \right)^{\tilde{p}_c} \left(\frac{1-p}{1-\tilde{p}_c} \right)^{1-\tilde{p}_c}. \quad (2.1.4)$$

У роботі [30] було запропоновано таку емпіричну формулу:

$$\tilde{p}_c(|\langle \mathbf{H} \rangle|) = \tilde{p}_c(0) e^{-\frac{|\langle \mathbf{H} \rangle|}{H_c}}, \quad (2.1.5)$$

де H - магнітне поле всередині композитного матеріалу, H_c - характерна напруженість магнітного поля, $\langle \dots \rangle = 1/V \int \dots dV$ - усереднюючий об'єм, при цьому характерні розміри області усереднення повинні бути значно більшими, ніж довжина кореляції. Далі ми позначимо $|\langle \mathbf{H} \rangle|$ як H . Фізичним значенням критичного магнітного поля H_c є характерне магнітне поле, при якому відбувається реструктуризація наповнювача. Якщо полімерна матриця настільки жорстка, що реструктуризація може не виникати, критичне поле теоретично повинно тяжіти до нескінченності. Слід очікувати, що при однаковій концентрації наповнювача критичне поле буде меншим для більш м'якої еластомерної матриці.

2.2 Магнітореологічний ефект

На рисунку 2.2.1 показана залежність порогу протікання від напруженості магнітного поля для ряду різних значень критичного поля. Конкретне значення критичного магнітного поля $H_c = 620 \text{ kA/m}$ відповідає значенню, отриманому в роботі [57], де воно було використано для опису магнітних властивостей зразка МАЕ з $p \approx 0.23$ та модуля зсуву $G_e(0) \approx 40 \text{ кПа}$ за відсутності поля та забезпечило узгодження між теорією та експериментом.

У регіоні $p < \tilde{p}_c(H)$ модель описує композитний матеріал з включеннями фази 1, вбудованої в матрицю (фаза 2). Над порогом протікання рівняння описують включення другої фази в першу фазу, що не відповідає структурі МАЕ, хоча результати обчислення можуть бути якісно правильними. Далі результати за порогом протікання показані пунктирними лініями. Вертикальні штрихові лінії на рисунку 2.2.1 вказують максимальне значення магнітного

поля, де розв'язок відповідає мікроструктурі, що цікавить. Це можна легко отримати $H < H_{\max} = H_c \ln(\tilde{p}_c(0)/p)$.

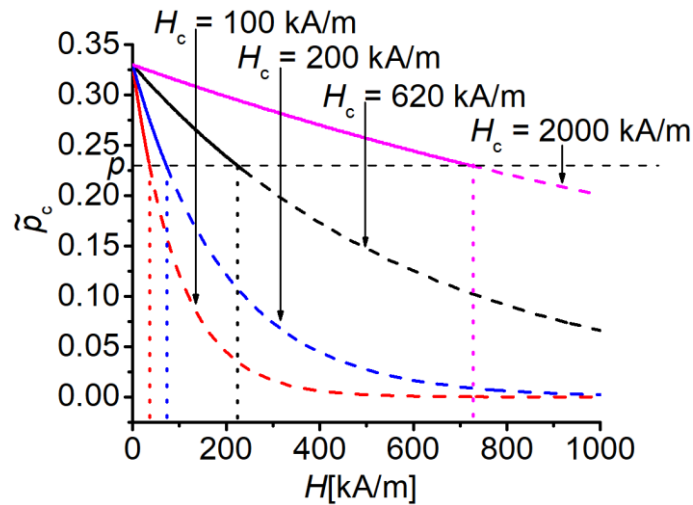


Рисунок 2.2.1 — Польова залежність порогу пртікання для різних критичних магнітних полів H_c .

Вплив польової поведінки порогу протікання представлений на рисунку 2.2.2. При заданій концентрації наповнювача p ефективний модуль зсуву зростає зі збільшенням магнітного поля (рис. 2.2.2a). На рисунку 2.2.2б показано, що зростання ефективного модуля зсуву при наближенні до порога протікання збільшується зі збільшенням магнітного поля. Положення точок, відповідають модулю зсуву, при значенні концентрації $p = 0,23$.

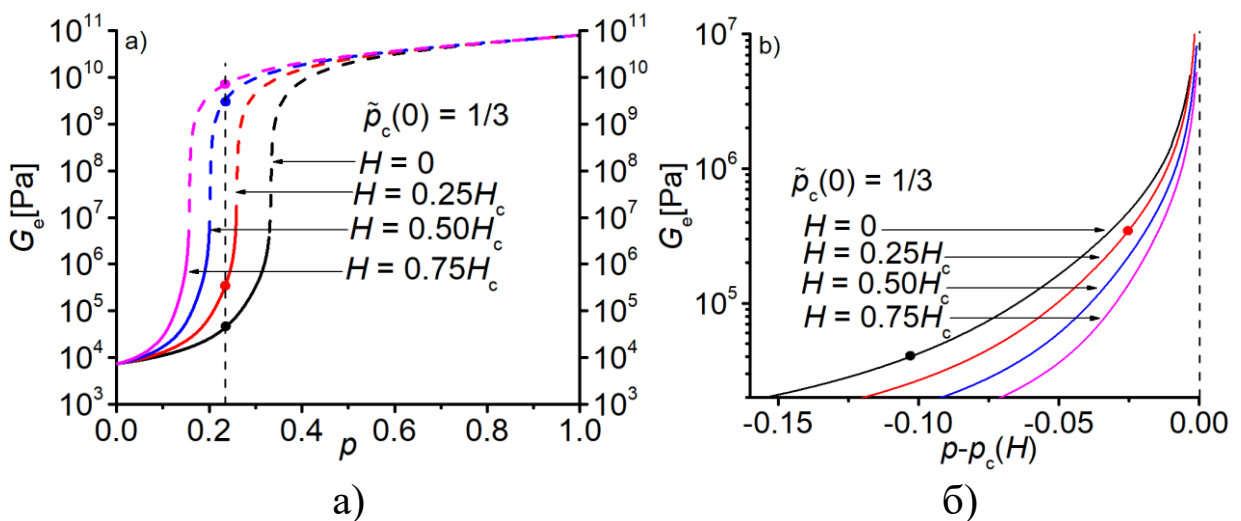


Рисунок 2.2.2 — (а) Обчислені концентраційні залежності ефективного модуля зсуву для різних прикладених полів. Вертикальна пунктирна лінія

позначає $p = 0,23$. Крапки позначають значення модуля зсуву при $p = 0,23$. (б)

Залежно від концентрації нижче польового порогу протікання, представленого проти "відстані концентрації" до порогу протікання. Крапки позначають значення модуля зсуву при $p = 0,23$.

На рисунку 2.2.3 зображено обчислені польові залежності ефективного модуля зсуву та відповідний MPE ефект, визначений як

$$MRE(H) = \frac{G_e(H) - G_e(H=0)}{G_e(H=0)}.$$

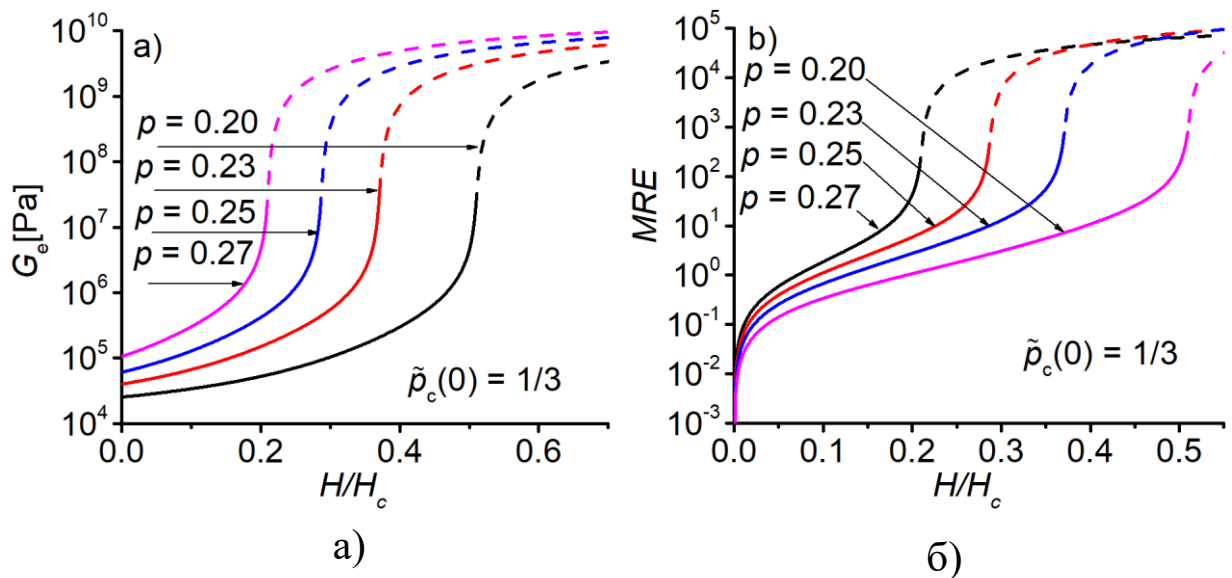


Рисунок 2.2.3 — Польові залежності ефективного модуля зсуву (а) та магнітореологічного ефекту (б) для різних концентрацій наповнювача.

Спостерігається, що як ефективний модуль зсуву, так і ефект MPE зростає зі збільшенням магнітного поля і має тенденцію до насичення у великих магнітних полях. Величина ефекту МР більша для більшої концентрації включень. У межах застосованості моделі щодо мікроструктури матеріалу ефект досягає порядку 10^3 .

2.3 Вплив магнітного поля на модуль Пуассона

Більше того, модель передбачає величезну зміну співвідношення Пуассона з прикладеним магнітним полем (рис. 2.3.1). Ми сміливо називаємо це явище - магнітний ефект Пуассона (МПЕ) і спонукаємо експерименталістів перевірити наш прогноз. Він кількісно визначається як

$$MPE(H) = \frac{\nu_e(H) - \nu_e(H=0)}{\nu_e(H=0)}$$

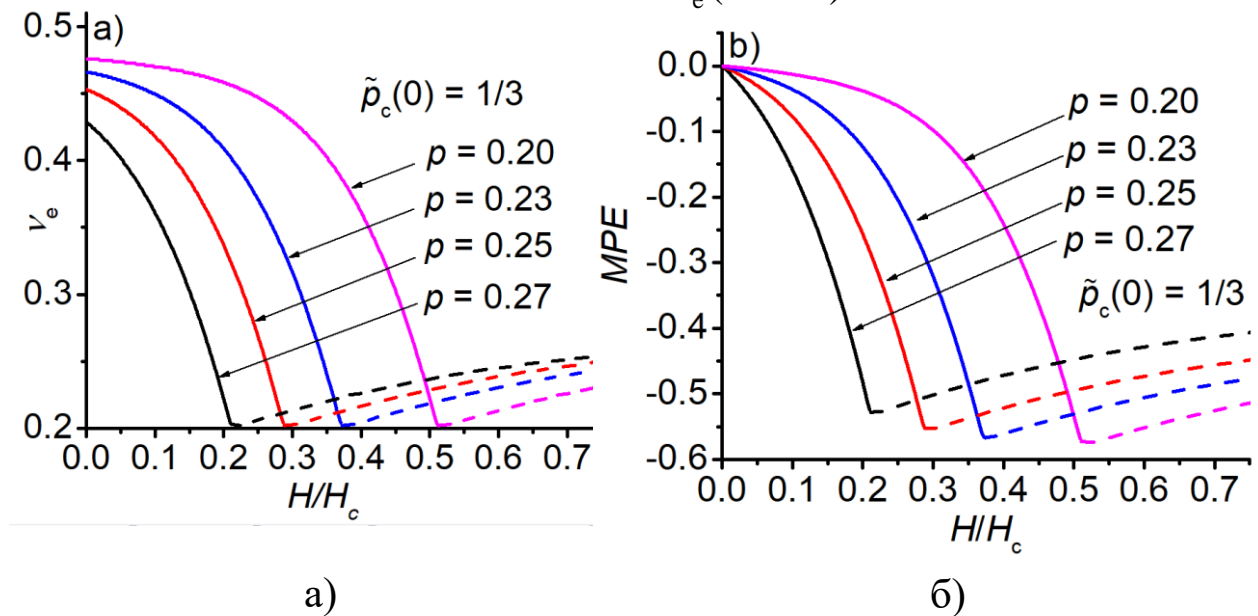


Рисунок 2.3.1 — Польова залежність співвідношення Пуассона (а) і результуючого магнітного ефекту Пуассона (б) для різних концентрацій матеріалу наповнювача.

В рамках ТСП ефективний модуль пружності випадкового неоднорідного матеріалу не може бути меншим G_1 та більшим за G_2 . Ефективне співвідношення Пуассона поводитьсь більш своєрідно. Взагалі він не обмежений між ν_1 та ν_2 . За великої неоднорідності (як у випадку інтересу) вона досягає значення, близького до 0,2, яке менше, ніж ν_1 та ν_2 . У цьому сенсі прогнозовану зміну ефективного співвідношення Пуассона можна вважати більш істотною, ніж прогресування в напрямку, а отже, кваліфікувати як "гігантський" ефект. Експериментальний пошук зміни ефективного

співвідношення Пуассона в магнітному полі може розглядатися як спосіб перевірки запропонованого механізму МПЕ.

ВИСНОВКИ ДО II РОЗДІЛУ

1. В даному розділі було розглянуто модифікацію теорії середнього поля з урахуванням емпіричної формули для залежності порогу протікання від зовнішнього магнітного поля.
2. Отримані чисельні результати польових залежностей модуля зсуву та модуля Пуассона.
3. Був теоретично отриманий великий порядок магнітореологічного ефекту, що було не можливо в минулих моделях.
4. Дана модель прогнозує наявність магнітного Пуассоного ефекта.

РОЗДІЛ III ТЕОРІЯ СЕРЕДНЬОГО ПОЛЯ ДЛЯ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИХ ЯВИЩ

3.1 Модифікація наближення Бруггемана-Ландауера для термоелектричних явищ

За наявності термоелектричних явищ запишемо локальний зв'язок між електричним струмом \mathbf{j} , щільністю потоку тепла \mathbf{q} , градієнтом температури ∇T і напруженістю електричного поля \mathbf{E} у вигляді [8,12]

$$\begin{aligned}\mathbf{j} &= \sigma \mathbf{E} + \sigma \alpha (-\nabla T), \\ \frac{\mathbf{q}}{T} &= \sigma \alpha \mathbf{E} + \kappa \frac{1 + ZT}{T} (-\nabla T),\end{aligned}\tag{3.1.1}$$

де σ , κ – питомі провідність і теплопровідність, α – диференціальна термоЕРС, а

$$ZT = \frac{\sigma \alpha^2}{\kappa} T,\tag{3.1.2}$$

термоелектрична добротність (число Йоффе) Z помножена на температуру.

Локальні кінетичні коефіцієнти σ , κ , α залежать від координат і в разі двофазного композиту набувають значень σ_1 , κ_1 , α_1 – в першій фазі і σ_2 , κ_2 , α_2 , – у другий.

Властивості композиту в цілому задаються ефективними кінетичними коефіцієнтами, які за визначенням пов'язують середні за об'ємом "потоки" – електричний \mathbf{j} і тепловий- \mathbf{q} з "силами" - електричним полем \mathbf{E} та градієнтом температур - ∇T

$$\langle \mathbf{j} \rangle = \sigma_e \langle \mathbf{E} \rangle + \sigma_e \alpha_e \langle -\nabla T \rangle,$$

$$\frac{\langle \mathbf{q} \rangle}{T} = \sigma_e \alpha_e \langle \mathbf{E} \rangle + \kappa_e \frac{1 + Z_e T}{T} \langle -\nabla T \rangle, \quad (3.1.3)$$

де

$$Z_e = \frac{\sigma_e \alpha_e^2}{\kappa_e}.$$

Системи (3.1.1) і (3.1.3) можуть бути записані, в зручному для подальшого розгляду, матричному вигляді

$$\begin{pmatrix} \mathbf{j} \\ \langle \mathbf{q} \rangle / T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma & \sigma \alpha \\ \sigma \alpha & \kappa \frac{1 + ZT}{T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle \mathbf{E} \rangle \\ \langle -\nabla T \rangle \end{pmatrix}. \quad (3.1.4)$$

Зазначимо, що у такому записі, як і повинно бути відповідно до принципу Онзагера [12,13], матриця кінетичних коефіцієнтів симетрична. Аналогічно і для ефективних значень

$$\begin{pmatrix} \mathbf{j} \\ \frac{\langle \mathbf{q} \rangle}{T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_e & \sigma_e \alpha_e \\ \sigma_e \alpha_e & \kappa_e \frac{1 + Z_e T}{T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \langle \mathbf{E} \rangle \\ \langle -\nabla T \rangle \end{pmatrix}. \quad (3.1.5)$$

Введемо узагальнений струм \mathbf{i} і узагальнену силу \mathbf{e}

$$\mathbf{i} = \begin{pmatrix} \mathbf{j} \\ \langle \mathbf{q} \rangle / T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e} = \begin{pmatrix} \langle \mathbf{E} \rangle \\ \langle -\nabla T \rangle \end{pmatrix}, \quad (3.1.6)$$

які пов'язані між собою матрицею локальних кінетичних коефіцієнтів $\hat{\Omega}$

$$\mathbf{i} = \hat{\Omega} \mathbf{e}, \quad \hat{\Omega} = \begin{pmatrix} \sigma & \sigma \alpha \\ \sigma \alpha & \kappa \frac{1 + ZT}{T} \end{pmatrix}, \quad (3.1.7)$$

і аналогічно для середніх за об'ємом струмів і сил

$$\langle \mathbf{i} \rangle = \hat{\Omega}_e \langle \mathbf{e} \rangle. \quad (3.1.8)$$

У матричних позначеннях самоузгоджене наближення термоелектричної задачі (аналог рівняння Бруггемана-Ландауера) може бути записане у наступному вигляді [2]:

$$\frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_1}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_1} p + \frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_2}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_2} (1 - p) = 0, \quad (3.1.9)$$

де вирази типу $1/(2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_1)$ слід розуміти як множення справа на обернену матрицю.

Тут ми, аналогічно [11], пропонуємо наступну модифікацію наближення (3.1.9) для термоелектричної задачі:

$$\frac{\frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_1}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_1}}{1 + c(p, \tilde{p}_c) \frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_1}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_1}} p + \frac{\frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_2}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_2}}{1 + c(p, \tilde{p}_c) \frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_2}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_2}} (1 - p) = 0. \quad (3.1.10)$$

Заузначимо відразу, що при $\tilde{p}_c = 1/3$ рівняння (3.1.10) переходить в стандартне наближення (3.1.9).

На рисунку 3.1.1 показані концентраційні залежності σ_e , κ_e , α_e , $Z_e T$ для різних значень \tilde{p}_c .

Як видно з рисунка, ефективна провідність зростає з додаванням краще провідної фази, як і повинно бути. Аналогічно змінюється і ефективна теплопровідність. Відповідно, ефективна термоЕРС спадає при додаванні фази з меншим значенням термоЕРС. Так само з рис. 1 видно, що, наприклад для ефективної провідності, все криві мають однаковий характер, проте зміщується область, в якій спостерігається різке зростання провідності, або, іншими словами, зміщується поріг протікання. Термоелектрична добротність (число Йоффе) монотонно спадає, як і повинно бути, якщо додається фаза з меншою термоелектричною добротністю.

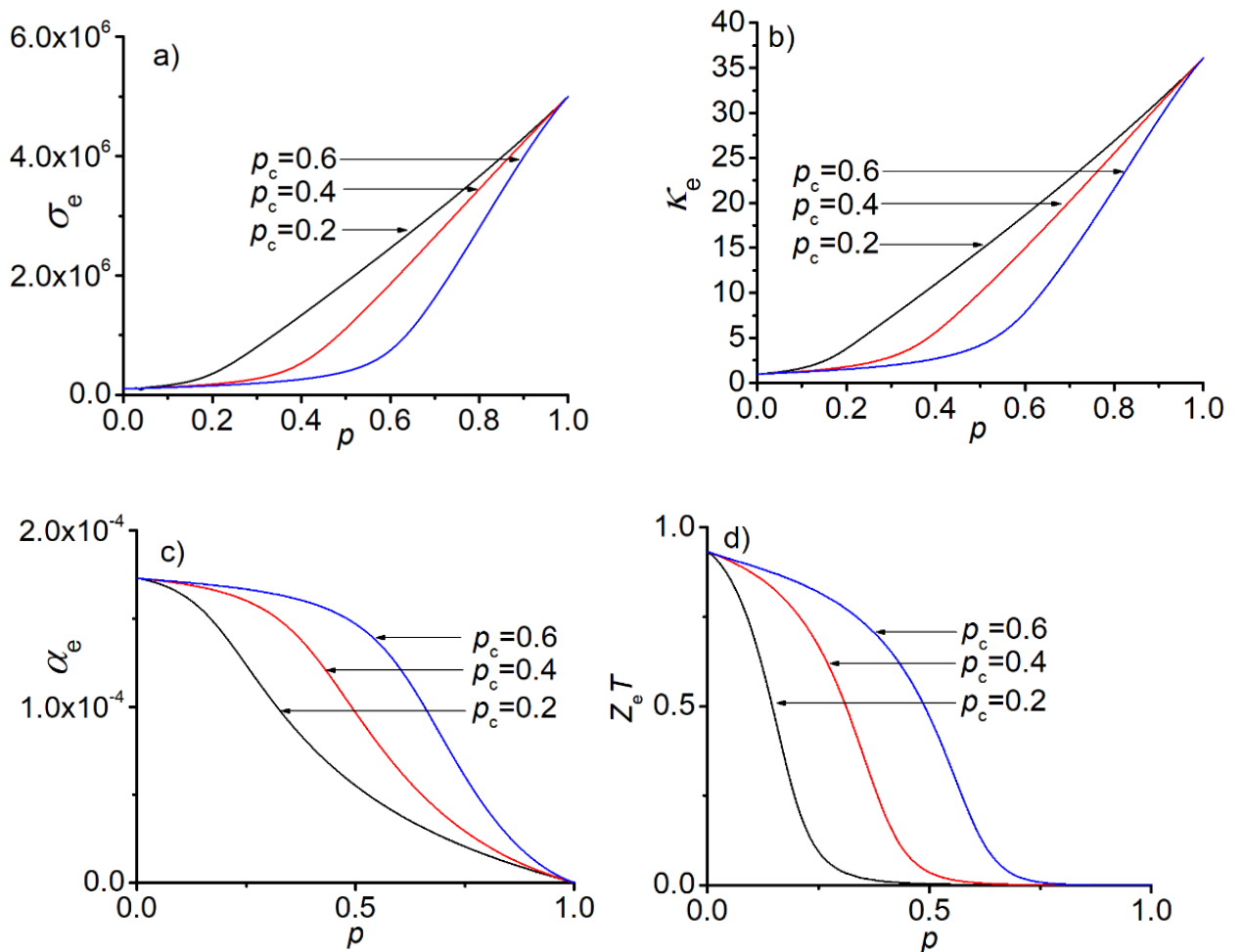


Рисунок 3.1.1 — Концентраційні залежності ефективних провідності, теплопровідності, термоЕРС і добротності. Значення коефіцієнтів в фазах такі [15]: для першої фази – $\sigma_1 = 5 \cdot 10^6 \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\kappa_1 = 36.1 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, $\alpha_1 = 0 \text{ В}/\text{К}$. Для другої фази – $\sigma_2 = 10^5 \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\kappa_2 = 0.963 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, $\alpha_2 = 173 \cdot 10^{-6} \text{ В}/\text{К}$.

Можна строго показати, що в разі $h_\sigma = \sigma_2/\sigma_1 \rightarrow 0$ і $h_\kappa = \kappa_2/\kappa_1 \rightarrow 0$ σ_e і κ_e і або стають рівними нулю за $\sigma_2 = 0$ і $\kappa_2 = 0$ і $p \rightarrow \tilde{p}_c$, або розбігаються при $\sigma_1 = \infty$ і $\kappa_1 = \infty$ і $p \rightarrow \tilde{p}_c$.

Як впливає з (3.1.10), значення ефективних коефіцієнтів за даної концентрації p першої фази залежать від порога протікання композиту \tilde{p}_c . Чим концентрація p ближче до \tilde{p}_c тим ця залежність істотніше, однак і за менших концентрацій відмінність має місце.

На рисунку 3.1.2 зображено залежність ефективних коефіцієнтів σ_e , κ_e , α_e , $Z_e T$, від значення \tilde{p}_c для різних значень p – концентрації першої фази.

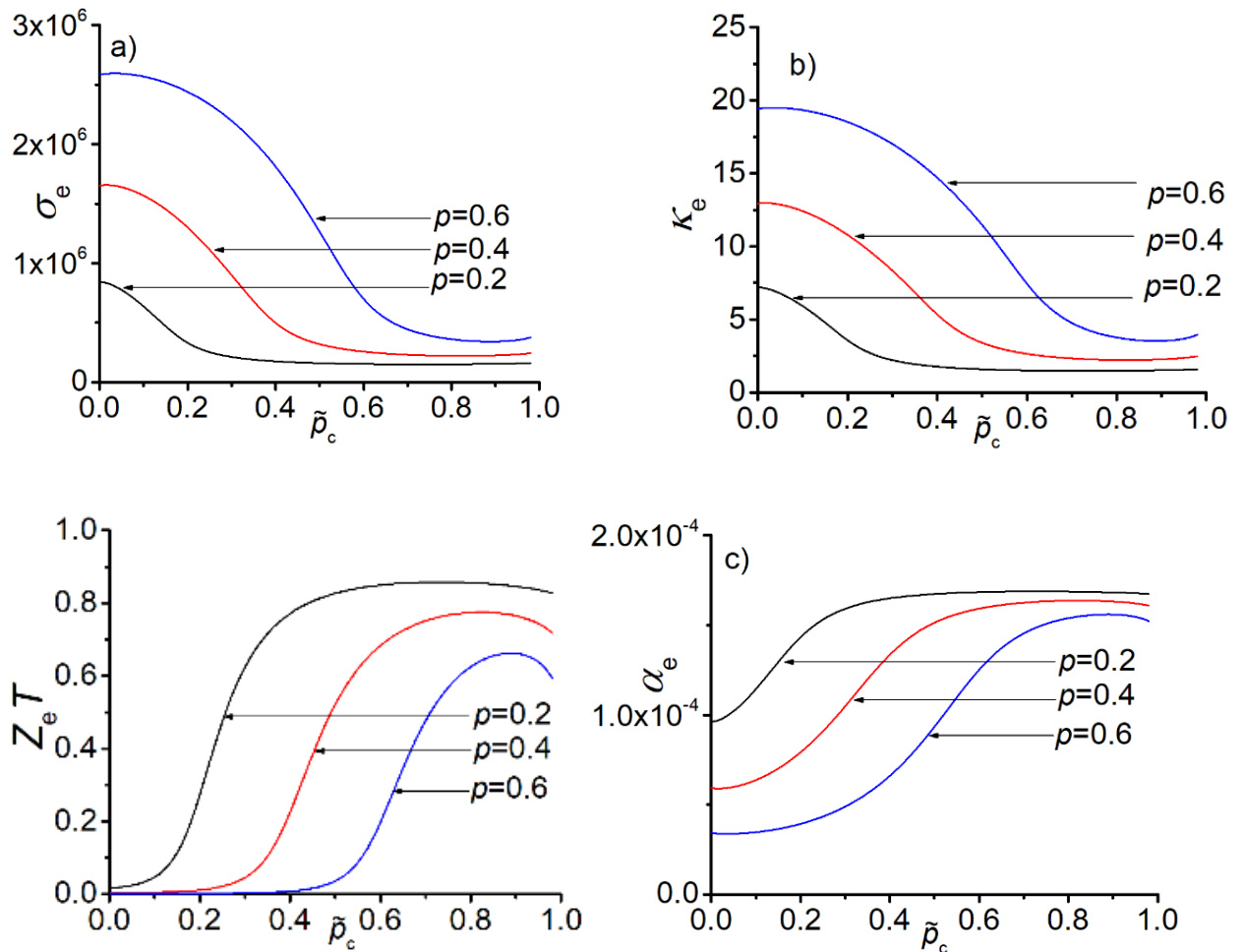


Рисунок 3.1.2 — Залежності ефективних кінетичних коефіцієнтів від порога протікання \tilde{p}_c при заданій концентрації рпершої фази. Значення коефіцієнтів в фазах обрані такими ж, як і на рис 3.1.1.

З рисунка видно, що значення ефективної провідності за заданої концентрації зменшується зі збільшенням порогу \tilde{p}_c . Аналогічно змінюється і ефективна теплопровідність. Варто також зазначити, що, за заданої концентрації збільшення порогу \tilde{p}_c обумовлює зростання термоелектричної добротності (числа Йоффе), однак за великих \tilde{p}_c помітний максимум і зростання змінюється на незначне спадання. Цікаво було б перевірити наявність такого максимуму експериментально і визначити, чи є цей максимум "артефактом" даної модифікації.

3.2 Модифікація наближення Бруггемана-Ландауера для термоелектричних явищ в "аномальному" випадку

Поправка, що вводиться в наближення Бруггемана-Ландауера передбачає, що провідність першої фази більша за провідність другий $\sigma_1 > \sigma_2$. В цьому випадку при заданні в порогі протікання \tilde{p}_c поріг, який можна знайти при розв'язанні буде дорівнює наперед заданому $p_c = \tilde{p}_c$. При виконанні зворотного нерівності $\sigma_2 > \sigma_1$ поправку слід змінити.

За $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, тобто за відсутності термоелектричних явищ рівняння наближення середнього поля (3.1.9) або (3.1.10) поділяються на два незалежних – одне для провідності, інше теплопровідності. У тому випадку, коли $\sigma_1 > \sigma_2$ і $\kappa_1 > \kappa_2$ в ці незалежні рівняння входить одна і та ж поправка $c(p, \tilde{p}_c)$. Однак в зворотному випадку, коли $\sigma_1 < \sigma_2$, але $\kappa_1 < \kappa_2$ поправки для σ_e і κ_e повинні бути різними. У загальному випадку, коли $\alpha_1 \neq \alpha_2$, ця відмінність зберігається і модифікація (3.1.9) (3.1.10) набуває більш складного вигляду:

$$\frac{\frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_1}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_1}}{1 + \hat{C}(p, \tilde{p}_c) \frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_1}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_1}} p + \frac{\frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_2}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_2}}{1 + \hat{C}(p, \tilde{p}_c) \frac{\hat{\Omega}_e - \hat{\Omega}_2}{2\hat{\Omega}_e + \hat{\Omega}_2}} (1 - p) = 0, \quad (3.2.1)$$

де

$$\hat{C}(p, \tilde{p}_c) = \begin{pmatrix} c_\sigma(p, \tilde{p}_c) & 0 \\ 0 & c_\kappa(p, \tilde{p}_c) \end{pmatrix}, \quad (3.2.2)$$

а поправки $c_\sigma(p, \tilde{p}_c)$ і $c_\kappa(p, \tilde{p}_c)$ в (3.2.2), в залежності від відношень σ_1/σ_2 і κ_1/κ_2 мають різний вигляд. У тому випадку, коли $\sigma_1 > \sigma_2$ і $\kappa_1 > \kappa_2$ поправка $c_\sigma(p, \tilde{p}_c)$ записується у стандартній формі а $c_\kappa(p, \tilde{p}_c)$ набуває вигляду:

$$c_\kappa(p, \tilde{p}_c) = [1 - 3(1 - \tilde{p}_c)] \left(\frac{p}{\tilde{p}_c} \right)^{\tilde{p}_c} \left(\frac{1 - p}{1 - \tilde{p}_c} \right)^{1 - \tilde{p}_c}. \quad (3.2.3)$$

На рисунку 3.2.1 наведені концентраційні залежності σ_e , κ_e , α_e , $Z_e T$ для різних значень порога протікання.

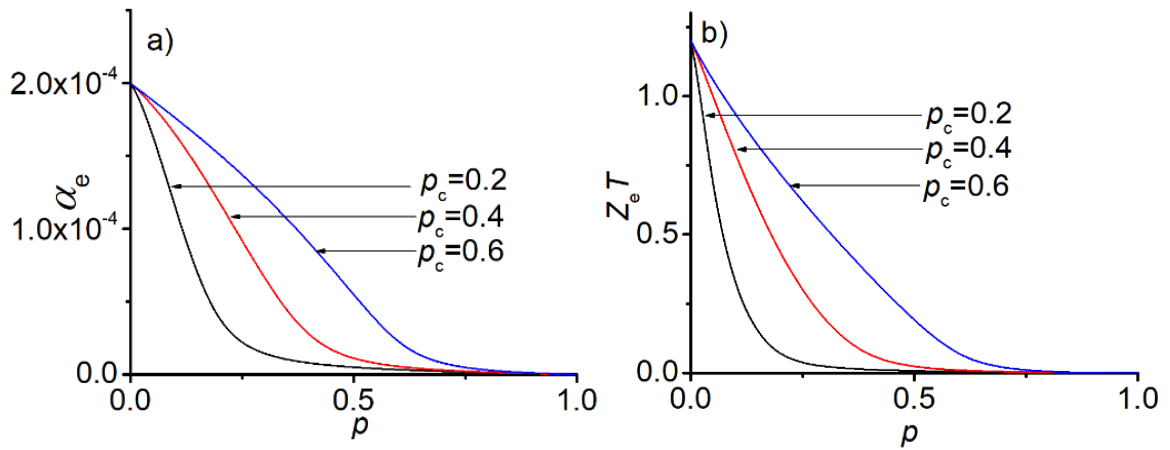


Рисунок 3.2.1 — Залежності ефективних термоЕРС та добротності від концентрації p першої фази за заданого порогу протікання \tilde{p}_c . Значення кінетичних коефіцієнтів фаз прийнято такими ж, як і на рисунку 3.1.1.

Один з таких матеріалів, для яких істотно порушується закон Відемана-Франца, а саме має місце велика провідність, але мала теплопровідність описано в [59].

На рисунку 3.2.2 показані залежності ефективних властивостей від величини порога протікання.

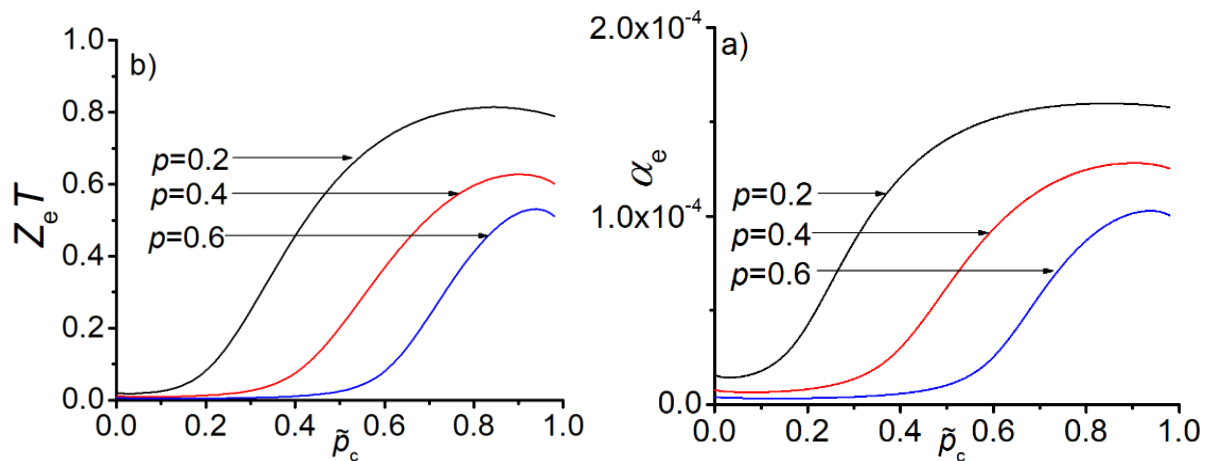


Рисунок 3.2.2 — Залежності ефективної термоЕРС і добротності від порога протікання \tilde{p}_c за заданої концентрації p першої фази. Значення коефіцієнтів у фазах взято такими ж, як і на рисунку 3.1.1.

Так само, як і в звичайному випадком ефективна добротність має максимум.

3.3 Аномальна поведінка провідності та теплопровідності

На рисунку, наведеному нижче, зображено залежність ефективної провідності і теплопровідності від концентрації і порогу протікання в "аномальному" випадку. Слід зауважити, що ефективна провідність має незвичайну поведінку: при додаванні фази з хорошою провідністю, ефективна провідність спочатку спадає, а потім починає зростати. Цікаво експериментально перевірити чи є це дефектом теорії, чи справді в реальних композитах спостерігається така поведінка ефективної провідності.

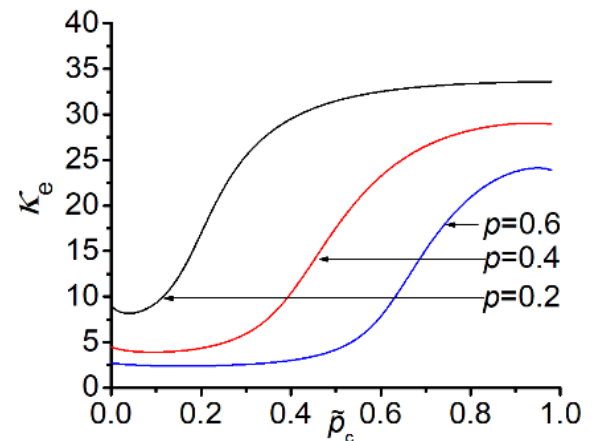
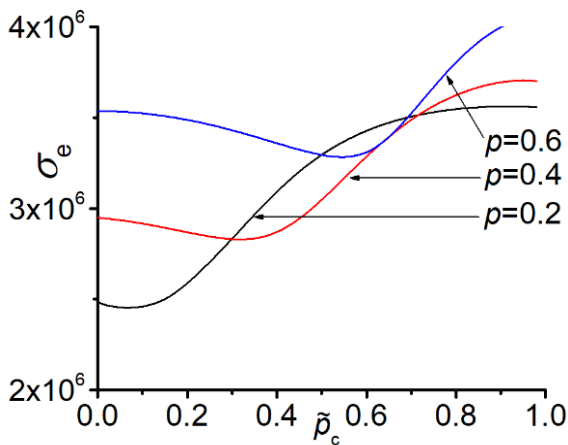
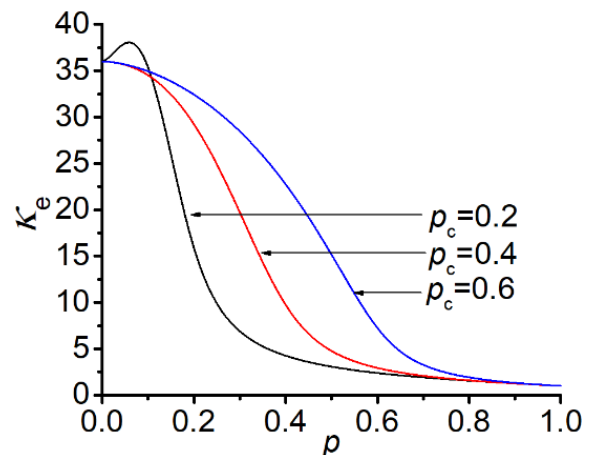
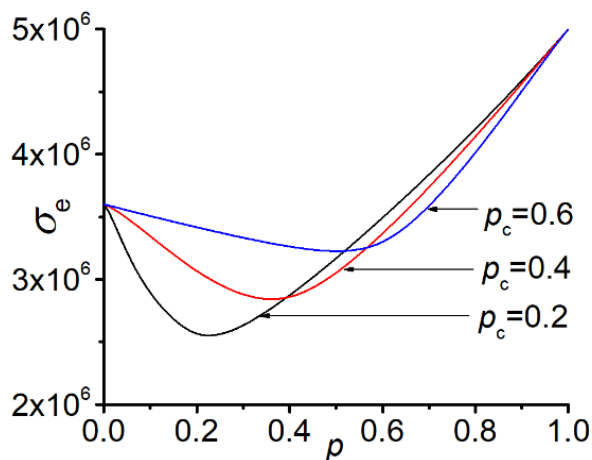


Рисунок 3.2.3 — Залежності ефективної термоерс і добротності від порога протікання \tilde{p}_c при заданій концентрації p першої фази. Значення коефіцієнтів в фазах обрані такими ж, як і на рис. 3.1.1.

ВИСНОВКИ ДО ІІІ РОЗДІЛУ

1. В даному розділі розглянуто модифікація теорії середнього для термоелектричних явищ на випадок наперед заданого порогу протікання.
2. Результати чисельних обчислень показали, що в модифікованому наближенні Бруггемана-Ландаура добротність (число Йоффе) залежить від порогу протікання, при чому добротність має максимум, що може бути цікавим для експериментальної перевірки, чи є це дійсним для реальних композитів.
3. Було показано, що в даній теоретичній моделі спостерігаються незвичайна поведінка провідності та теплопровідності, що було б цікаво перевірити експериментально, чи є це дефектом теорії, чи так відбувається насправді.
4. Отримані результати можуть бути використані для опису термоелектричних властивостей композитів з різною структурою, що відповідає різним порогам протікання.

РОЗДІЛ IV АНІЗОТРОПІЯ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ

4.1 Модифікація наближення Бруггемана-Ландауера діелектричної проникності

Добре відомо, що на ефективні фізичні властивості зразка МАЕ, такі як магнітна проникність, проникність (або діелектрична константа [6,18]), електропровідність, впливає застосовуване магнітне поле (див., Наприклад, [60,61]). Більше того, ці зміни повинні бути різними в напрямках, паралельних і перпендикулярних до прикладеного магнітного поля. Різниця між поздовжніми (тобто в напрямку вздовж магнітного поля) і поперечними (тобто напрямом, перпендикулярний магнітному полі) ефективні проникності можна спостерігати безпосередньо при кімнатній температурі [62,63]. У випадку магнітної проникності ізотропний зразок повинен бути заморожений у постійному магнітному полі, щоб фіксувати просторові положення включень та спостерігати індуковану магнітну анізотропію [64,65].

Загальноприйняте пояснення таких експериментальних залежностей (фізичних явищ) полягає в наступному: коли зразок поміщається в магнітне поле, магнітні включення зміщуються (переводяться та / або обертаються), тим самим змінюючи мікроструктуру композиційного матеріалу. Для простоти ми позначимо таку переконфігурацію мікроструктури реструктуризацією, незабаром РС. У цій роботі місця сферичних включень вважаються випадковими за відсутності магнітного поля (тобто спочатку ізотропного композиту).

Якісний механізм залежної від поля зрозумілий - це взаємодія магнітних включень як один з одним, так і із зовнішнім полем і, як наслідок, їх переміщення. Це вірно в тому випадку, коли у частинок є свої магнітні моменти, а також у випадку, коли магнітні моменти викликаються зовнішнім магнітним полем.

У [67], матеріали МАЕ, що містять 10^5 в п'ятій степені частинок у магнітному полі, були змодельовані на основі моделі [68]. Числові результати порівняно з магнітодіелектричними вимірюваннями з фіксованою частотою вимірювання. Хоча досягнуто якісної згоди між моделюванням та експериментами, результати моделювання недооцінили магнітодіелектричний ефект у 50 разів. [69] показано, що застосування постійного рівномірного магнітного поля до МАЕ призводить до розщеплення спектру релаксації для руху частинок паралельно та перпендикулярно полю. Модулі зсуву залежать від напрямку деформації зсуву щодо магнітного поля, що є якісним узгодженням з існуючими експериментальними даними. Нещодавно було продемонстровано, що принципово нові можливості для чутливих магнітних матеріалів (наприклад, колоїдні збірки) можуть виникати від взаємодії між частинками з просторово розширеним анізотропним розподілом намагніченості [70]. Однак кількісний аналітичний метод обчислення виниклої анізотропії ефективних властивостей матеріалу сумісних МАЕ в магнітному полі, тобто в присутності реконфігурації, все ще не доступний.

Найбільш зручним і поширеним методом опису композиційного матеріалу в «звичайних» ситуаціях, тобто коли мікроструктура не змінюється під час вимірювань, є наближення БЛ, яке також відоме як ТСП або теорія середнього поля. Апроксимація БЛ добре описує залежності від концентрації, за винятком випадку вузької концентраційної області біля порогу перколяції (у так званій критичній області) з дуже сильною неоднорідністю. При цьому основними характеристиками ефективних коефіцієнтів є критичні показники (індекси). Розрахунок критичних показників вимагає використання теорії перколяції (геометричний аналог фазового переходу другого порядку). Апроксимація БЛ дозволяє отримати так звані класичні критичні показники [71]. Такий підхід схожий на теорію Ландау (середнє поле) фазових переходів другого порядку, що дає класичні критичні показники, які потім потрібно виправити за допомогою більш складного підходу (з урахуванням коливань параметра порядку). Однак головним результатом є не точне числове значення

критичного показника, а те, що критична поведінка міститься у наближенні БЛ.

Поріг перколяції є геометричним поняттям, це така концентрація включень, коли пов'язаний шлях через ці включення просто відбувається (від "нескінченності" до іншої "нескінченності", через весь зразок), а саме так званий нескінченний кластер. Поява нескінченного кластера із збільшенням концентрації включень, безумовно, безпосередньо впливає на концентраційну залежність ефективних коефіцієнтів. При досить великій неоднорідності властивостей спостерігається різке збільшення або зменшення величини ефективного коефіцієнта в районі порогу протікання. Наближення БЛ добре описує таку поведінку концентрації ефективних коефіцієнтів.

У рамках ефективного наближення поля (тобто в наближенні Бруггемана-Ландаура) необхідно обчислити поля всередині одиночних включень фаз 1 і 2, які знаходяться в ефективному середовищі з шуканими властивостями, які в нашому випадку є анізотропними. Після цього потрібно вимагати, щоб сума цих полів, нормалізована відповідно до їх концентрацій, була дорівнює полі, усередненому на весь об'єм, і збігається із зовнішнім прикладним полем.

З метою впевненості розглянемо ефективну проникність, коли локально відбувається наступне відношення

$$\mathbf{D} = \varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}, \quad (4.1.1)$$

де \mathbf{D} щільність електричного потоку, \mathbf{E} - напруженість електричного поля і проникність, приймаючи в нашому випадку значення включень ε_1 і в матриці ε_2 .

Рівняння для щільності електричного потоку \mathbf{D} та напруженості електричного поля \mathbf{E} в стаціонарному випадку можна записати як

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0. \quad (4.1.2)$$

Ефективні діелектричні властивості композиту описуються ефективним

тензором проникності, який за визначенням з'єднує щільність електричного потоку та електричне поле, усереднене на весь об'єм композитного матеріалу:

$$\langle \mathbf{D} \rangle = \boldsymbol{\varepsilon}^e \langle \mathbf{E} \rangle. \quad (4.1.3)$$

У разі

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ik}^{(1)} = \varepsilon_1 \delta_{ik}, \boldsymbol{\varepsilon}_{ik}^{(2)} = \varepsilon_2 \delta_{ik}, \boldsymbol{\varepsilon}^e = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\parallel}^e & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\perp}^e & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\perp}^e \end{pmatrix}, \quad (4.1.4)$$

де δ_{ik} - символ Кронекера. Позначають напрямки, паралельні та перпендикулярні прикладному магнітному полі відповідно.

Обидві фази є ізотропними, але отримане ефективне середовище є анізотропним ($\varepsilon_{\parallel}^e \neq \varepsilon_{\perp}^e$) завдяки реструктуризації. Загальна проблема побудови ЕМА для випадку, коли анізотропні (як за формою, так і за властивостями) включення розсіюються в анізотропному середовищі, є складною і громіздкою проблемою, загальне рішення якої невідоме. Випадок подовжених включень, орієнтованих випадковим чином у всіх можливих напрямках, розглянуто в [10]. У випадку, що цікавить, і матриця, і включення є геометрично ізотропними (тобто сферами, виготовленими з ізотропного матеріалу), але ефективне середовище є анізотропним. Щоб отримати вираз для полів всередині включень, можна звернутися до більш простої моделі; див., наприклад, [2,9]. Сила електричного поля всередині сфероїдальної включення є постійною ($\langle \mathbf{E} \rangle^{(i)} = \mathbf{E}^{(i)}$) і може бути обчислена аналітично. Загальний вираз для полів сфероїдальних анізотропних включень в анізотропному середовищі, коли основні осі тензора проникності всіх включень і матриця, а також основні осі еліпсоїдальних включень є співвісними, можна записати як:

$$E_{\parallel}^{(1,2)} = \frac{\varepsilon_{\parallel}^e}{\varepsilon_{\parallel}^e - (\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_{\parallel}^{(1,2)}) \tilde{n}_{\parallel}} \langle \mathbf{E} \rangle_{\parallel}, \quad E_{\perp}^{(1,2)} = \frac{\varepsilon_{\perp}^e}{\varepsilon_{\perp}^e - (\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_{\perp}^{(1,2)}) \tilde{n}_{\perp}} \langle \mathbf{E} \rangle_{\perp}. \quad (4.1.5)$$

Коефіцієнти деполяризації включень першої та другої фаз мають такий вигляд:

$$\tilde{n}_{\parallel} = \frac{1+\tilde{e}^2}{\tilde{e}^3}(\tilde{e} - \arctan \tilde{e}), \quad \tilde{n}_{\perp} = \frac{1}{2}(1 - \tilde{n}_{\parallel}), \quad (4.1.6)$$

де

$$\tilde{e} = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{\parallel}^e}{\varepsilon_{\perp}^e}\right)^2 - 1}, \quad (4.1.7)$$

і враховується, що перша і друга фази є ізотропними, включення мають сферичну форму і, крім того, $\varepsilon_{\parallel}^e \geq \varepsilon_{\perp}^e$

В анізотропному випадку потрібно записати рівняння консистенції для паралельних і перпендикулярних напрямків і вставити в них поля всередині включень (відповідно першої та другої фаз):

$$\begin{aligned} E_{\parallel}^{(1)} p + E_{\parallel}^{(2)} (1-p) &= \langle \mathbf{E} \rangle_{\parallel}, \\ E_{\perp}^{(1)} p + E_{\perp}^{(2)} (1-p) &= \langle \mathbf{E} \rangle_{\perp}. \end{aligned} \quad (4.1.8)$$

Після деякої алгебри ми доходимо до такої системи рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_1}{\varepsilon_{\parallel}^e - (\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_1) \tilde{n}_{\parallel}} p + \frac{\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_2}{\varepsilon_{\parallel}^e - (\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_2) \tilde{n}_{\parallel}} (1-p) &= 0, \\ \frac{\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_1}{\varepsilon_{\perp}^e - (\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_1) \tilde{n}_{\perp}} p + \frac{\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_2}{\varepsilon_{\perp}^e - (\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_2) \tilde{n}_{\perp}} (1-p) &= 0, \end{aligned} \quad (4.1.9)$$

яке доповнено рівнянням (4.1.6).

Незважаючи на формальну різницю першого та другого рівнянь у (4.1.9), а також відповідних параметрів у них (наприклад, коефіцієнти деполяризації, включені у вираз для полів - див. (4.1.6)), їх рішення є ізотропним. Вирази, отримані з (4.1.9) для компонентів ефективного тензора проникності, рівні між

собою, це означає ізотропію властивостей. Це пов'язано з тим, що при такому викладенні проблеми обчислення ефективних коефіцієнтів (тобто такої постановки системи рівнянь (4.1.9)) немає фізичної причини появи анізотропії ефективних властивостей. Включення геометрично ізотропні (сфери), їх локальні фізичні характеристики також є ізотропними.

Як обговорювалося вище, анізотропія властивостей МАЕ у зовнішньому магнітному полі пов'язана з РС (є нескінченний кластер над поданим залежним порогом проколювання і є попереднє скупчення нижче порогу проколювання), спрямоване вздовж напрямку зовнішнє магнітне поле. Для врахування цієї реконфігурації ми використовуємо припущення (див. [40-42]), що поріг перколяції залежить від поля (зміщений на магнітне поле).

Зсув порогу перколяції можна врахувати в системі рівнянь ТСП, ввівши в них термін корекції Саричева-Виноградова [72,73]. Нагадаємо, що звичайна ТСП для ізотропного випадку має поріг перколяції $p_c = 1/3$. Модифікація наближення БЛ за Саричевим та Виноградовим дозволяє встановити поріг перколяції до довільного значення $0 < p_c < 1$. Ця методика раніше застосовувалася в [74].

Система рівнянь (4.1.9) переписується у такій формі:

$$\Lambda_j^{(1)} p + \Lambda_j^{(2)} (1 - p) = 0, \quad (4.1.10)$$

де

$$\Lambda_j^{(i)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_j^e - \varepsilon_i}{\varepsilon_j^e - (\varepsilon_j^e - \varepsilon_i) \tilde{n}_j}, \quad (4.1.11)$$

і верхній індекс i приймає значення 1 або 2, тоді як нижній індекс j - \parallel або \perp .

Терм модифікації має вигляд:

$$c(p, p_c) = (1 - 3p_c) \left(\frac{p}{p_c} \right)^{p_c} \left(\frac{1-p}{1-p_c} \right)^{1-p_c}. \quad (4.1.12)$$

Де вказане значення порогу перколяції, яке не повинно збігатися з порогом перколяції у звичайній (тобто без терміну корекції) ТСП. Він включений у (4.1.10) наступним чином:

$$\frac{\Lambda_j^{(1)}}{1 + c(p, p_{jc}) \Lambda_j^{(1)}} p + \frac{\Lambda_j^{(2)}}{1 + c(p, p_{jc}) \Lambda_j^{(2)}} (1 - p) = 0. \quad (4.1.13)$$

Нарешті, модифіковані рівняння ТСП можна записати як:

$$\frac{\frac{\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_1}{\varepsilon_{\parallel}^e - (\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_1) \tilde{n}_{\parallel}}}{1 + \frac{1}{3} c(p, p_{c\parallel}) \frac{\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_1}{\varepsilon_{\parallel}^e - (\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_1) \tilde{n}_{\parallel}}} p + \frac{\frac{\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_2}{\varepsilon_{\parallel}^e - (\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_2) \tilde{n}_{\parallel}}}{1 + \frac{1}{3} c(p, p_{c\parallel}) \frac{\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_2}{\varepsilon_{\parallel}^e - (\varepsilon_{\parallel}^e - \varepsilon_2) \tilde{n}_{\parallel}}} (1 - p) = 0, \quad (4.1.14)$$

$$\frac{\frac{\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_1}{\varepsilon_{\perp}^e - (\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_1) \tilde{n}_{\perp}}}{1 + \frac{1}{3} c(p, p_{c\perp}) \frac{\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_1}{\varepsilon_{\perp}^e - (\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_1) \tilde{n}_{\perp}}} p + \frac{\frac{\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_2}{\varepsilon_{\perp}^e - (\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_2) \tilde{n}_{\perp}}}{1 + \frac{1}{3} c(p, p_{c\perp}) \frac{\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_2}{\varepsilon_{\perp}^e - (\varepsilon_{\perp}^e - \varepsilon_2) \tilde{n}_{\perp}}} (1 - p) = 0,$$

і доповнене рівнянням (4.1.6). Зауважимо, що (4.1.6) пари множини рівнянь (4.1.14) і ми ввели різні пороги перколяції в - і -напрямах. Якщо рішення (4.1.14) має бути анізотропним:.. Введені параметри, описують геометричну анізотропію попереднього кластеру. Нерівність можна інтерпретувати таким чином, що концентрація частинок у частині скупчення, витягнутої в одному напрямку (уздовж поля), більша, ніж у перпендикулярному напрямку (по полю). Це можна розглядати як математичну інтерпретацію поняття подовжених (або ланцюгоподібних) агрегатів, що утворюються в магніто- та електрогетерогенних матеріалах у прикладній галузі [75-77]. Якщо рішення має бути ізотропним, і виродженим до розчину ізотропного наближення Бруггемана-Ландаура із термом модифікації[78], а саме:

$$\left[\frac{\frac{\varepsilon^e - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon^e}}{1 + c(p, p_c) \frac{\varepsilon^e - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon^e}} \right] p + \left[\frac{\frac{\varepsilon^e - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon^e}}{1 + c(p, p_c) \frac{\varepsilon^e - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon^e}} \right] (1 - p) = 0 \quad (4.1.15)$$

4.2 Результати модифікованої теорії

Для конкретності розглянемо матрицю полідиметилсилоксану (PDMS) ($\varepsilon_1 = 2,4$) [48, 49, 50]), в якій диспергується матеріал з великою проникністю ($\varepsilon_2 = 300$).

На малюнку 4.2.1 представлені розраховані концентраційні залежності компонентів тензора проникності для цього матеріалу. Поріг перколяції в перпендикулярному напрямку фіксується при, тоді як значення порогу перколяції у паралельному напрямку змінюється. Видно, що результуючі компоненти проникності залежать як від порогів перколяції, так і від. У випадку обидва рішення збігаються і рівні рівнянню (4.1.15). При фіксованій концентрації першої фази p обидва і збільшуються зі зростаючим порогом проколювання в паралельному напрямку. Ефективна проникність досить чутлива до варіацій. У перпендикулярному напрямку ефективна проникність в меншій мірі залежить від значення порогу проколювання в паралельному напрямку. Тут і в наступних суцільних лініях позначають діапазон концентрацій де. У цьому діапазоні концентрацій модель (4.1.14) описує композитний матеріал з включеннями фази 1, вбудованої в матрицю (фаза 2). Штриховими лініями позначають випадок, де. Система рівнянь (4.1.14) над порогом перколяції описує включення першої фази у другу фазу.

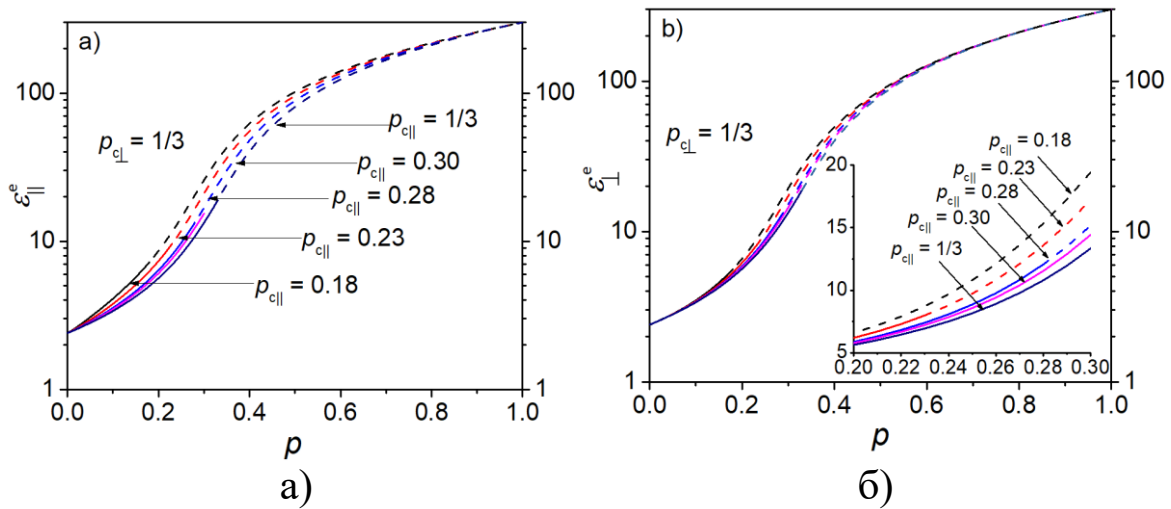


Рисунок 4.2.1 — Залежно від концентрації паралельних (а) та перпендикулярних компонентів (б) ефективного тензора пропускої здатності для фіксованого значення порогу перколяції в перпендикулярному напрямку та різних значень порогу перколяції у паралельному напрямку.

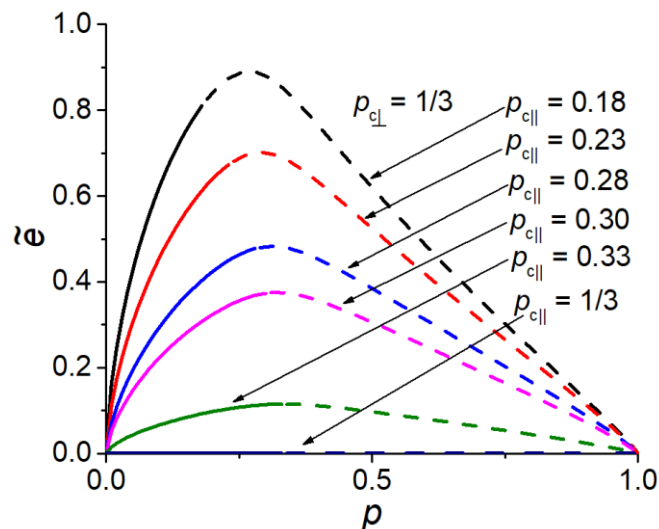


Рисунок 4.2.2 — Концентраційна залежність параметра анізотропії для фіксованого значення порогу перколяції в перпендикулярному напрямку та різних значень порогу перколяції в паралельному напрямку.

Анізотропія, що виникає, проілюстрована на малюнку 4.2.2. Як і слід було очікувати, анізотропія зникає при $p = 0$ або 1 , коли в композитному матеріалі присутня лише одна фаза. Для фіксованої комбінації існує особливе значення концентрації, де анізотропія має глобальний максимум. Розв'язок

системи рівнянь (4.1.14) дуже чутливий до різниці між. Видно, що невелике відхилення від звичайного значення призводить до помітного відхилення від ізотропного рішення.

Давайте тепер продемонструємо застосування нашої теорії до конкретного випадку МАЕ. На малюнку 4.2.3 показано дві різні орієнтації МАЕ щодо магнітного поля H .

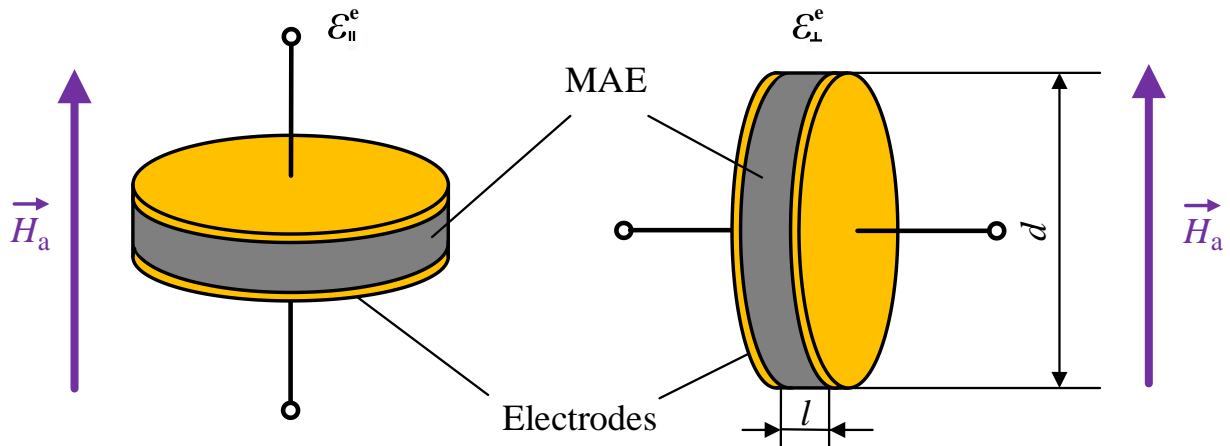


Рисунок 4.2.3 — Вимірювання залежності паралельних та перпендикулярних складових ефективного тензора проникності від зовнішнього магнітного поля.

Розглядається зразок МАЕ з 70 мас.% Карбонільного заліза (приблизно 22 об.%). Процедура виготовлення детально описана в [80]. Довжина циліндра l становила 1 мм, а діаметр d - 20 мм. За відсутності магнітного поля модуль зсуву зсуву зразка, виміряний у лінійному режимі при кутовій частоті коливань 10 рад / с, становив приблизно 9,6 кПа. У зовнішньому магнітному полі приблизно 430 кА / м, застосованому перпендикулярно до площини зразка, відносний магнітореологічний ефект (збільшення модуля зберігання зсуву) становив близько 71,5. Всі вимірювання проводилися при кімнатній температурі.

Ми припускаємо, що у нашому випадку (на відміну від [80,81]) поріг перколяції в рівнянні ТСП вздовж застосовуваного поля (перше рівняння в

системі (4.1.14)) не є постійною величиною, а залежить від напруженість поля. В роботі [41] були проаналізовані експериментальні дані про ефективні модулі пружності матеріалів МАЕ для різної концентрації частинок заліза та запропоновано наступне емпіричне співвідношення:

$$p_{\parallel}(\langle \mathbf{H} \rangle) = p_{\parallel}(0) e^{\frac{\langle \mathbf{H} \rangle}{H_c}} \quad (4.2.16)$$

Параметр H_c - це характерне значення зовнішнього магнітного поля, де спостерігається значна реструктуризація феромагнітного наповнювача. Підкреслимо, що в матеріалі МАЕ з досить жорсткою полімерною матрицею, де РС неможливий, слід очікувати $H_c \rightarrow \infty$, що означає, що мікроструктура композиційного матеріалу не змінюється. Повідомлені значення H_c мають порядок величини $10^5 - 10^6$ А / м [79,81]. У перпендикулярі до напрямку зовнішнього поля поріг вважається незалежним від магнітного поля, як підказує фізична інтуїція. Кластер (і попередній кластер) складається з частин, витягнутих як вздовж обраного напрямку зовнішнього магнітного поля (паралельні відрізки), так і поперек нього (перпендикулярні сегменти). Основний потік магнітного поля природним чином проходить через паралельні сегменти кластера, але задіяна і невелика частина перпендикулярних сегментів. Таким чином, зміна локальної концентрації включень відбувається в основному навколо паралельних відрізків, що трактується в нашій моделі як зменшення порогу перколяції у напрямку, паралельному магнітному полі,. Ми нехтуємо невеликою зміною концентрації поблизу перпендикулярних частин, тобто вважаємо, що практично не змінюється. Однак втрати загальності для теоретичної моделі немає. У загальному випадку обидва пороги можуть залежати від магнітного поля.

На малюнку 4.2.4 порівнюються вимірювані та обчислені залежності поля компонентів тензора проникності вздовж та поперек застосованого магнітного поля. Видно, що між теорією та експериментом досягається розумна згода. Вимірювання проводили на частоті вимірювання 1 кГц, використовуючи експериментальну установку, описану в [82,83]. Найкраща

згода між теорією та експериментами була досягнута при $\epsilon_2 = 300$, що на порядок добре узгоджується зі значенням, отриманим на подібних зразках у [84]. Помірне значення проникності матеріалу наповнювача можна пояснити тим, що цей матеріал не є ідеальним провідником [83]. Зауважте, що, всупереч симуляціям [80], наша теорія правильно описує незначне зростання із збільшенням магнітного поля, а не спадом.

Безперервними лініями на рисунку 4.2.4 позначаються діапазони поля, де рішення (15) та (16) відповідає внутрішнім структурам, де «провідна» фаза (сфери) вбудована у фазу «погано провідного» (матриця, $\epsilon_2 \ll \epsilon_1$), а саме тоді, коли концентрація першої фази менша, ніж залежний від поля поріг перколяції. Хоча рішення (4.2.15), (4.2.16) також може бути отримане для концентрацій, що перевищують польовий поріг перколяції, у цій області він описує різний вид мікроструктури, де друга фаза (у нашому випадку PDMS) вбудовується в матрицю виготовлений з першої фази (карбонільне залізо). Не можна вимагати більш ніж якісного узгодження теорії з експериментом у цій галузі (пунктирними лініями). Варто зазначити, що зазначене обмеження на мікроструктури над і нижче просочення повинно бути менш значним для композитів з малою неоднорідністю (із близькими фазовими значеннями $\epsilon_1 \approx \epsilon_2$). Це може бути у випадку, коли враховується ефективна магнітна проникність MAE [75]. Відмінність розрахунку ефективної проникності полягає в тому, що магнітна проникність феромагнітних включень (заліза) зменшується зі збільшенням зовнішнього магнітного поля [81] через магнітне насичення, зменшуючи тим самим неоднорідність матеріалу.

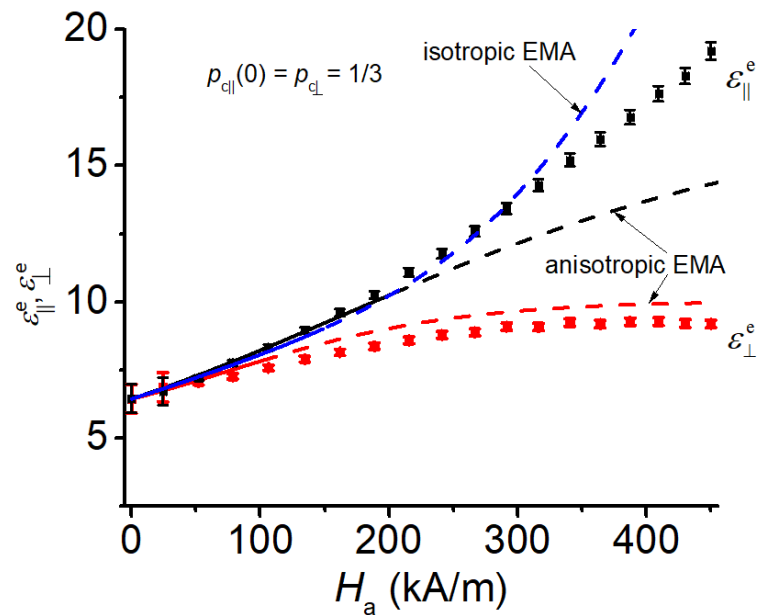


Рисунок 4.2.4 — Залежність магнітного поля паралельних ($\epsilon_{||}^e$) та перпендикулярних компонентів (ϵ_{\perp}^e) ефективного тензора проникності зразка МАЕ. Точки позначають експериментальні точки з смугами помилок, суцільні та пунктирні лінії позначають теоретичні результати. Параметри обчислень та експериментів наведені в тексті.

Зразок тонкий ($l \ll d$). При вимірюванні пропускну складової застосовуване поле приблизно дорівнює внутрішньому полі, оскільки полем розмагнічування [83] можна знехтувати в першому наближенні (див. рис. 4.2.3). Отримане критичне магнітне поле дає розумне значення критичного магнітного поля досліджуваного композиційного матеріалу. Критичне зовнішнє поле для вимірювання проникаючої складової більше: Це можна пояснити великим коефіцієнтом розмагнічування циліндра, коли магнітне поле спрямоване уздовж осі короткого циліндра [83]. На малюнку 4.2.4 також представлено відповідність даних для використання «ізоотропної» моделі (4.2.15). Видно, що ізоотропна модель також здатна описати результати експериментів для $\epsilon_{||}^e$ -компонента, але, здається, переоцінює критичне магнітне поле приблизно на 50%: ми отримали. Очевидно, що ізоотропна модель не може описати анізотропні властивості, наприклад. Під час встановлення ізоотропної моделі ми використовували послідовний підхід з урахуванням коефіцієнта

розмагнічування [82] та залежності ефективної відносної магнітної проникності μ композиційного матеріалу від магнітного поля [85]. В [85] з магнітних вимірювань ми оцінили критичне магнітне поле більш жорсткого зразка МАЕ (40 кПа) з тим же коефіцієнтом заповнення, щоб використовувати ізотропну теорію для магнітної проникності. Слід очікувати, що критичне магнітне поле для більш м'якої полімерної матриці має бути меншим [85]. Тому цінність здається розумною.

Оскільки як експериментальні, так і теоретичні поля залежностей компонентів проникності розходяться зі збільшенням зовнішнього магнітного поля, то очевидно, що анізотропія діелектричних властивостей зростає, як і слід було очікувати.

ВИСНОВКИ ДО IV РОЗДІЛУ

1. В даному розділі розглянуто модифікація теорії середнього для термоелектричних явищ на випадок наперед заданого порогу протікання.
2. Результати чисельних обчислень показали, що в модифікованому наближенні Бруггемана-Ландауре добротність (число Йоффе) залежить від порогу протікання, при чому добротність має максимум, що може бути цікавим для експериментальної перевірки, чи є це дійсним для реальних композитів.
3. Було показано, що в даній теоретичній моделі спостерігаються незвичайна поведінка провідності та теплопровідності, що було б цікаво перевірити експериментально, чи є це дефектом теорії, чи так відбувається насправді.
4. Отримані результати можуть бути використані для опису термоелектричних властивостей композитів з різною структурою, що відповідає різним порогам протікання.

ВИСНОВКИ

1. В даній роботі було розглянуто модифікацію теорії середнього поля для двохфазних композитів, що усуває деякі недоліки стандартної теорії.
2. Також було проаналізовано вплив магнітного поля на модулі пружності завдяки отриманому емпіричному закону.
3. Отримані результати показали, що можна отримати теоретично великий порядок магнітореологічного ефекту, що було неможливо зробити в минулих моделях.
4. Також дана модель прогнозує наявність магнітного впливу на модуль Пуассона, якого не було в минулих моделях.
5. Розглянуто модифікацію теорії середнього поля для термоелектричних явищ.
6. Отримані результати з термоелектричної задачі дають цікаві для експериментальної перевірки ефекти.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Maxwell, J. C. *A Treatise on Electricity and Magnetism*; Clarendon Press, Oxford, UK, 1873; Chapter IX (pp. 360–373).
2. Rayleigh, L. On the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the properties of a medium. *Philosoph. Magaz.* **1892**, 34, 481–502. doi: 10.1080/14786449208620364.
3. Torquato, S. *Random Heterogeneous Materials: Microstructure and Macroscopic Properties*; Springer: New York, NY, USA, 2002. doi:10.1115/1.1483342.
4. Milton, G.W. *The Theory of Composites*, Cambridge University Press: Cambridge, UK, 2002. doi:10.1017/CBO9780511613357.
5. Buryachenko, V.A. Multiparticle effective field and related methods in micromechanics of composite materials. *Appl. Mech. Rev.* **2001**, 54, 1–47. doi:10.1115/1.3097287.
6. Kachanov, M.; Sevostianov, I. (Eds.) *Effective Properties of Heterogeneous Materials*, Springer Science & Business Media: Dordrecht, The Netherlands, 2013. doi:10.1007/978-94-007-5715-8.
7. Budiansky, B. On the elastic moduli of some heterogeneous materials. *J. Mech. Phys. Solids*, **1965**, 13, 223–227. doi:10.1016/0022-5096(65)90011-6.
8. Hill, R. A self-consistent mechanics of composite materials. *J. Mech. Phys. Solids* **1965**, 13, 213–222. doi:10.1016/0022-5096(65)90010-4.
9. Skomski, R.; Li, J.; Zhou, J.; Sellmyer, D.J. Multiscale phenomena in Bruggeman composites. *MRS Symp. Proc.* **2005**, 851, 1.7.1–1.7.12. doi:10.1557/PROC-851-NN1.7.
10. Skomski, R.; Balamurugan, B.; Schubert, E.; Enders, A.; Sellmyer, D.J. Length scales of interactions in magnetic, dielectric, and mechanical nanocomposites. *MRS Symp. Proc.* **2011**, 1312, 171–182. doi:10.1557/opl.2011.109.

11. Berryman, J.G. Hybrid effective medium approximations for random elastic composites. *Mech. Mater.* **2014**, *70*, 115–135. doi:10.1016/j.mechmat.2013.11.003.
12. Choy, T.C. *Effective Medium Theory: Principles and Applications*, Oxford University Press: Oxford, UK, 2016. doi:10.1093/acprof:oso/9780198705093.001.0001.
13. Andrianov, I.; Mityushev, V. Exact and “exact” formulae in the theory of composites. In *Modern Problems in Applied Analysis*; Drygaś, P., Rogosin, S., Eds.; Birkhäuser: Cham, Germany, 2018; pp. 15–34. doi:10.1007/978-3-319-72640-3_2.
14. Andrianov, I.V.; Awrejcewicz, J.; Danishevskyy, V.V. *Asymptotical Mechanics of Composites*; Springer: Cham, Germany, 2018; pp. 1–313. doi:10.1007/978-3-319-65786-8.
15. Andrianov, I.V.; Awrejcewicz, J.; Starushenko, G.A. Asymptotic models and transport properties of densely packed, high-contrast fibre composites. Part I: Square lattice of circular inclusions. *Compos. Struct.* **2017**, *179*, 617–627. doi:10.1016/j.compstruct.2017.07.070.
16. Andrianov, I.V.; Awrejcewicz, J.; Starushenko, G.A. Asymptotic models for transport properties of densely packed, high-contrast fibre composites. Part II: Square lattices of rhombic inclusions and hexagonal lattices of circular inclusions. *Compos. Struct.* **2017**, *180*, 351–359. doi:10.1016/j.compstruct.2017.07.068.
17. Stauffer, D.; Aharoni, A. *Introduction to Percolation Theory*; Taylor & Francis: London, UK, 1994. doi:10.1201/9781315274386.
18. Snarskii, A.; Bezsudnov, I.V.; Sevryukov, V.A.; Morozovskiy, A.; Malinsky, J. *Transport Processes in Macroscopically Disordered Media. From Mean Field Theory to Percolation*, Springer: New York, NY, USA, 2016. doi:10.1007/978-1-4419-8291-9.

19. Kanaun, S.K.; Levin, V. *Self-Consistent Methods for Composites: Vol. 1: Static Problems*; Springer Science & Business Media: Dordrecht, The Netherlands, 2008. doi:10.1007/978-1-4020-6664-1.
20. Bruggeman, V.D. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen. *Ann. Phys.* **1935**, *416*, 636–664. doi:10.1002/andp.19354160705.
21. Landauer, R. The electrical resistance of binary metallic mixtures. *J. Appl. Phys.* **1952**, *23*, 779–784. doi:10.1063/1.1702301.
22. Gibiansky, L.V.; Torquato, S. Rigorous link between the conductivity and elastic moduli of fibre-reinforced composite materials. *Phil. Trans. Royal Soc. London Ser. A Phys. Eng. Sci.* **1995**, *353*, 243–278. doi:10.1098/rsta.1995.0099.
23. Drygaś, P.; Mityushev, V. Effective elastic properties of random two-dimensional composites. *Int. J. Solids Struct.* **2016**, *97*, 543–553. doi:10.1016/j.ijsolstr.2016.06.034.
24. Bergman, D.J.; Kantor, Y. Critical properties of an elastic fractal. *Phys. Rev. Lett.*, **1984**, *53*, 511–514. doi:10.1103/PhysRevLett.53.511.
25. Dykhne, A.M. Conductivity of a two-dimensional two-phase system. *Sov. Phys. JETP* **1971**, *32*, 63–65.
26. Rodríguez-Ramos, R.; Gandarilla-Pérez, C.A.; Lau-Alfonso, L.; Lebon, F.; Sabina, F.J.; Sevostianov, I. Maxwell homogenization scheme for piezoelectric composites with arbitrarily-oriented spheroidal inhomogeneities. *Acta Mech.* **2019**, *230*, 36. doi:10.1007/s00707-019-02481-0.
27. Sahimi, M. *Applications of Percolation Theory*; CRC Press; Boca Raton, FL, USA, 1994. doi:10.1201/9781482272444.
28. Landau, L.D.; Lifshitz, E.M. *Statistical Physics*, 3rd ed.; Butterworth-Heinemann: Oxford, UK, 1980; pp. 1–562.
29. Binney, J.J.; Dowrick, N.J.; Fisher, A.J.; Newman, M.E. *The Theory of Critical Phenomena: An Introduction to the Renormalization Group*; Oxford University Press: Oxford, UK, 1992. doi:10.1002/qua.560460507.

30. Gitterman, M.; Halpern, V.H. *Phase Transitions: A Brief Account with Modern Applications*; World Scientific Publishing Company: Singapore, 2004.
31. Ma, S.K. *Modern Theory of Critical Phenomena*; Roulledge: New York, NY, USA, 2018, pp. 1–554. doi:10.4324/9780429498886.
32. Garboczi, E.J.; Day, A.R. An algorithm for computing the effective linear elastic properties of heterogeneous materials: three-dimensional results for composites with equal phase Poisson ratios. *J. Mech. Phys. Solids* **1995**, *43*, 1349–1362. doi:10.1016/0022-5096(95)00050-S.
33. Stanley, H.E. *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena*; Clarendon Press: Oxford, UK, 1971. doi:10.1126/science.176.4034.502.
34. Baker, G.A.; Graves-Morris, P. *Padé Approximants*, Cambridge University Press: Cambridge, UK, 1996; pp. 1–746.
35. Shklovskii, B.I.; Efros, A.L. *Electronic Properties of Doped Semiconductors*; Springer Science & Business Media: Berlin, Germany, 1984. doi:10.1007/978-3-662-02403-4.
36. Balagurov, B.Y. Percolation Thresholds and Phase Transitions in Binary Composites. *J. Exp. Theor. Phys.* **2018**, *126*, 417–421. doi:10.1134/S1063776118020103.
37. Landau, L.D.; Kosevich, A.M.; Pitaevskii, L.P.; Lifshitz, E.M. *Theory of Elasticity*; Butterworth-Heinemann: Oxford, UK, 1986; pp. 1–195.
38. Gould, P.L. *Introduction to Linear Elasticity*; Springer: New York, NY, USA, 1994; pp. 1–159. doi:10.1007/978-1-4612-4296-3.
39. Benguigui, L. Experimental study of the elastic properties of a percolating system. *Phys. Rev. Lett.* **1984**, *53*, 2028. doi:10.1103/PhysRevLett.53.2028.
40. Deptuck, D.; Harrison, J.P.; Zawadzki, P. Measurement of elasticity and conductivity of a three-dimensional percolation system. *Phys. Rev. Lett.* **1985**, *54*, 913. doi:10.1103/PhysRevLett.54.913.
41. Liu, J.; Regenauer-Lieb, K. Application of percolation theory to microtomography of structured media: Percolation threshold, critical exponents,

- and upscaling. *Phys. Rev. E* **2011**, 83, 016106. doi:10.1103/PhysRevE.83.016106.
42. Timothy, J.J.; Meschke, G. A cascade continuum micromechanics model for the effective elastic properties of porous materials. *Int. J. Solids Struct.* **2016**, 83, 1–12. doi:10.1016/j.ijsolstr.2015.12.010.
 43. Sarychev, A.K.; Vinogradov, A.P. Effective medium theory for the magnetoconductivity tensor of disordered material. *Phys. Status Solidi (b)* **1983**, 117, K113–K118. doi:10.1002/pssb.2221170252.
 44. Vinogradov, A.P.; Karimov, A.M.; Sarychev, A.K. Permittivity of composite percolation materials: Similarity law and equations of state. *Sov. Phys. JETP* **1988**, 67, 2129–2133.
 45. Gaisanyuk, A.V.; Kugel, K.I.; Petrov, V.A.; Sokolov, V.V. Resistivity of the ZrC-C system: An example of percolation behavior. *Phys. Status Solidi (a)* **1978**, 48, K131–K133.
 46. Gaisanyuk, A.V.; Kugel, K.I.; Petrov, V.A. Some peculiarities of the hall constant in disordered materials: The ZrC-C system as an example. *Phys. Status Solidi (a)* **1979**, 52, K81–K83. doi:10.1002/pssa.2210520160.
 47. Abeles, B.; Pinch, H.L.; Gittleman, J.I. Percolation conductivity in W-Al₂O₃ granular metal films. *Phys. Rev. Lett.* **1975**, 35, 2346. doi:10.1103/PhysRevLett.35.247.
 48. Liang, N.T.; Shan, Y.; Wang, S.Y. Electronic conductivity and percolation theory in aggregated films. *Phys. Rev. Lett.* **1976**, 37, 526. doi:10.1103/PhysRevLett.37.526.
 49. Jortner, J.; Cohen, M.H. Metal-nonmetal transition in metal-ammonia solutions. *Phys. Rev. B* **1976**, 13, 1548. doi:10.1103/PhysRevB.13.1548.
 50. Cohen, M.H.; Webman, I.; Jortner, J. Optical and microwave properties of metal–ammonia solutions. *J. Chem. Phys.* **1976**, 64, 2013–2019. doi:10.1103/PhysRevB.13.1548.
 51. Snarskii, A.A.; Zorinets, D.; Shamonin, M.; Kalita, V.M. Theoretical method for calculation of effective properties of composite materials with reconfigurable

- microstructure: Electric and magnetic phenomena. *Phys. A Stat. Mech. Appl.* **2019**, *535*, 122467. doi:10.1016/j.physa.2019.122467.
52. Zimmerman, R.W. Behavior of the Poisson ratio of a two-phase composite material in the high-concentration limit. *Appl. Mech. Rev.* **1994**, *47*, S38–S44. doi:10.1115/1.3122819.
 53. Kováčik, J.; Marsavina, L.; Linul, E. Poisson's ratio of closed-cell aluminium foams. *Materials* **2018**, *11*, 1904. doi:10.3390/ma11101904.
 54. Lobb, C.J.; Forrester, M.G. Measurements of nonuniversal critical behavior in a two-dimensional continuum percolating system. *Phys. Rev. B* **1987**, *35*, 1899–1901. doi:10.1103/PhysRevB.35.1899.
 55. Hsu, W.Y.; Giri, M.R.; Ikeda, R.M. Percolation transition and elastic properties of block copolymers. *Macromolecules* **1982**, *15*, 1210–1212. doi:10.1021/ma00232a054.
 56. Novikov, V.V.; Wojciechowski, K.W.; Belov, D.V.; Privalko, V.P. Elastic properties of inhomogeneous media with chaotic structure. *Phys. Rev. E* **2001**, *63*, 036120. doi:10.1103/PhysRevE.63.036120.
 57. Kováčik, J. Correlation between elastic modulus, shear modulus, Poisson's ratio and porosity in porous materials. *Adv. Eng. Mater.* **2008**, *10*, 250–252. doi:10.1002/adem.200700266.
 58. Chertovich, A.V.; Stepanov, G.V.; Kramarenko, E.Y.; Khokhlov, A.R. New composite elastomers with giant magnetic response. *Macromol. Mater. Eng.* **2010**, *295*, 336–341. doi:10.1002/mame.200900301.
 59. Stoll, A.; Mayer, M.; Monkman, G.J.; Shamonin, M. Evaluation of highly compliant magneto-active elastomers with colossal magnetorheological response. *J. Appl. Polym. Sci.* **2014**, *131*, 39793. doi:10.1002/app.39793.
 60. Mitsumata, T.; Ohori, S.; Honda, A.; Kawai, M. Magnetism and viscoelasticity of magnetic elastomers with wide range modulation of dynamic modulus. *Soft Matter* **2013**, *9*, 904–912. doi:10.1039/C2SM26717A.
 61. Landau L. D., Lifshitz E. M. (1984). *Electrodynamics of continuous media. 2 ed.* Oxford: Butterworth-Heinemann.

62. Samoilovich A.G. (2007). *Termoelektricheskiye i termodinamicheskiye metody prevrashcheniya energii [Thermoelectric and thermodynamic power conversion methods]*. Moscow: LKI (URSS) .
63. Nye J.F. (1964). Physical properties of crystals. Oxford: Clarendon Press.
64. Webmann I., Jortner J., Cohen M. H. (1977). *Phys.Rev. B*, 16, 6, 2959.
65. Rowe D. M. (2006). *Thermoelectrics Handbook (Macro to Nano)*. Boca-Raton: Taylor Francis.
66. Lee S., Hippalgaonkar K., Yang F., Hong J., Ko C., Suh J., Liu K., Wang K., Urban J. J., Zhang X., Dames C., Hartnoll S. A., Delaire O., Wu J. (2017). *Science*, 355, 371.
67. Bergman D. J. (1978). The dielectric constant of a composite material—a problem in classical physics. *Phys. Rep.*, 43, 9, 407.
68. Snarskii A., Shamonin M., Yuskevich P. (2020). Colossal magnetoelastic effects in magnetoactive elastomers. arxiv: 2002.11762.
69. Snarskii A., Shamonin M., Yuskevich P. (2020). Effective medium theory for the elastic properties of composite materials with various percolation thresholds. *Materials*, 13, 1243.
70. D. J. Bergman and D. Stroud, "Physical properties of macroscopically inhomogeneous media," in *Solid State Physics, Vol. 46*, Cambridge, MA, Academic Press, 1992, pp. 147-269.
71. B. Y. Balagurov, *Electrophysical properties of composites: Macroscopic Theory*, Moscow: LENAND, 2015, p. 752 (in Russian).
72. A. N. Lagarkov and A. K. Sarychev, " Electromagnetic properties of composites containing elongated conducting inclusions," *Phys. Rev. B*, vol. 53, no. 10, p. 6318, 1996.
73. G. Filipcsei, I. Csetneki, A. Szilágyi and M. Zrínyi, "Magnetic field-responsive smart polymer composites," in *Oligomers-Polymer Composites-Molecular Imprinting*, Berlin, Heidelberg, Springer, 2007, pp. 137-189.

74. Y. Li, J. Li, W. Li und H. Du, „A state-of-the-art review on magnetorheological elastomer devices,“ *Smart. Mater. Struct.*, vol. 23, no. 12, 23001, 2014.
75. A. M. Menzel, "Tuned, driven, and active soft matter," *Phys. Rep.*, vol. 554, pp. 1-45, 2015.
76. Ubaidiallah, J. Sutrisno, A. Purwanto und S. A. Mazlan, „Recent progress on magnetorheological solids: materials, fabrication, testing, and applications,“ *Adv. Eng. Mater.*, vol. 17, no. 5, pp. 563-597, 2015.
77. S. B. Choi, W. Li, M. Yu, H. Du, J. Fu und P. X. Do, „State of the art of control schemes for smart systems featuring magneto-rheological materials,“ *Smart Mater. Struct.*, vol. 25, no. 4, 043001, 2016.
78. S. Odenbach, "Microstructure and rheology of magnetic hybrid materials," *Arch. Appl. Mech.*, vol. 86, no. 1-2, pp. 269-279, 2016.
79. M. Shamonin und E. Y. Kramarenko, „ Highly Responsive Magnetoactive Elastomers,“ in *Novel Magnetic Nanostructures. Unique Properties and Applications*, Amsterdam, Elsevier, 2018, pp. 221-245.
80. G. V. Stepanov, D. Y. Borin, Y. L. Raikher, P. V. Melenev and N. S. Perov, "Motion of ferroparticles inside the polymeric matrix in magnetoactive elastomers," *J. Phys.: Cond. Mat.*, vol. 20, no. 20, 204121, 2008.
81. I. Bica, Y. D. Liu and H. J. Choi, "Magnetic field intensity effect on plane electric capacitor characteristics and viscoelasticity of magnetorheological elastomer," *Colloid Polym. Sci.*, vol. 290, no. 12, pp. 1115-1122, 2012.
82. G. Stepanov, D. Semerenko, A. Bakhtiarov and P. Storozhenko, "Magnetoresistive Effect in Magnetoactive Elastomers," *J. Supercond. Nov. Magn.*, vol. 26, pp. 1055-1059, 2013.
83. I. Bica, "Influence of the transverse magnetic field intensity upon the electric resistance of the magnetorheological elastomer containing graphite microparticles," *Mater. Lett.*, vol. 63, pp. 2230-2232, 2009.

84. I. A. Belyaeva, E. Y. Kramarenko and M. Shamonin, "Magnetodielectric effect in magnetoactive elastomers: Transient response and hysteresis," *Polymer*, vol. 127, pp. 119-128, 2017.
85. S. A. Kostrov, M. Shamonin, G. V. Stepanov and E. Y. Kramarenko, "Magnetodielectric Response of Soft Magnetoactive Elastomers: Effects of Filler Concentration and Measurement Frequency," *Int. J. Mol. Sci.*, vol. 20, no. 9, 2230, 2019.